A generalization of the representational change theory from insight to non-insight problems: The case of arithmetic word problems

Catherine Thevenot (FAPSE, University of Geneva),

Jane Oakhill (Department of Psychology, School of Life Sciences, University of Sussex)

Acta Psychologica 129 (2008) 315-324

1. Introduction

- 洞察問題解決と漸進的問題解決を区別するために，3 つのアプローチが採られている
  1. 処理 (Evans, 2003, 2008; Stanovitch & West, 2000; Kaplan & Simon, 1990)
     - ➢ 高速かつ並行処理の system 1 と仮説的思考を司る低速で連続的な system 2
  2. 現象 (Metcalfe & Wiebe, 1987)
     - ➢ 洞察的解決以前には， Warmth ratings の漸進的増加が観察されない
  3. 概念知識・問題表象の変化 (Weisberg, 1995; Knoblich, Ohlsson, & Raney, 2001)
     - ➢ 方略の変化

- また，インパスを説明した理論は主に 2 つある
  1. 進展監視説 (MacGregor, Ormerod, & Chronicle, 2001)
     - ➢ 目標との差分を小さくする山登り法が解に結びつかない → インパス
     - ➢ その状況に陥って初めて別の方法を検討し始める
  2. 表象変化説 (Knoblich, Ohlsson, Haider, & Rhenius, 1999; Knoblich et al., 2001)
     - ➢ 問題の初期表象では解に結びつきにくい → インパス
     - ➢ 解に至るには，不適切な制約の緩和とチャンク分解が必要となる
     - ➢ 広い範囲より狭い範囲の制約のほうが緩和されやすい
- ただし近年，数学の文章題でも初期表象の再構築が観察されることが明らかになってきている (Thevenot & Oakhill, 2005, 2006)
  - 洞察問題解決と漸進的問題解決は，これまで考えられていた以上に似ている (Wieth & Burns, 2006)

- 本研究では，数学の文章題を用いて，表象変化説における制約の緩和とチャンク分解のメカニズムを検証する

- 数学の文章題は，制約の緩和とチャンク分解を扱う上で有用である
  - ある表象と別の表象の差分を，数式という形で正確に測ることができる
- ただ，数学の文章題は様々な方略で解けるが，すべてが最適な方略ではない
  - 最初に思い浮かんだ表象で解に至るならば，他の表象はめったに生み出されない

(Evans, Handley, Harper, & Johnson-Laird, 1999; Newstead, Thompson, & Handley, 2002; Polk & Newell, 1995; Knoblich et al., 2001; Luchins & Luchins, 1959)

  - ➢ 9 点問題などの初期表象では解に至らない洞察問題とは異なる点

- 数学の文章題において，初期表象に制約とは問題の意味構造
  (Nescher, Greeno, & Riley, 1982; Riley, Greeno, & Heller, 1983)
  - 本研究では，結合（加算）と比較（減算）を行う状況を設定

- 実験概要
  - 実験 1　初期表象によって最適な方略が用いられにくくなるか（予備調査）
  - 実験 2　他の方略を探すよう明示的に促した後，その方略が用いられ続けるか
  - 実験 3　制約を緩和する方法を直接的に教示した後，その制約は緩和されるか

2. Experiment 1

2.1. Method

2.1.1. Participants

- 大学生 35 名（謝礼￡5）

2.1.2. Material and procedure

- 計算課題

ジョンはおはじきを X 個持っている。
トムはおはじきを Y 個持っている。
ポールはおはじきを Z 個持っている。

  - 必ずこの順番（ジョン → トム → ポール）で，1 画面にひとつずつ表示される
  - X・Y・Z には二桁の数字が入る
  - X・Y の値は 12～49 まで
  - X + Y は必ず桁上がりをする
  - どの加算・減算の結果も一の位は 0 にならない

- 設問

P1: ジョンとトムのおはじきを合わせた数は，ポールの数よりいくつ多い？
P2: ジョンのおはじきの数は，トムとポールを合わせた数よりいくつ多い？
P3: トムのおはじきの数は，ジョンとポールを合わせた数よりいくつ少ない？

  - 各設問の想定される初期表象（括弧内はサブゴール）
    - ➢ P1　(X + Y) - Z
    - ➢ P2　X - (Y + Z)

- ➢ P3　(X + Z) - Y
- − 計算課題の前に設問が提示される条件と，後に提示される条件を設定
  - ➢ 前条件では，P1 は Y が表示された時点で計算が可能（サブゴール達成容易）
  - ➢ 一方 P2・P3 は，Z が表示されるまで計算しづらい（サブゴール達成困難）

- ● 記憶再認課題
  - − Y が表示され画面が切り替わった後，数が表示される
  - − 表示された数がこれまで提示された数（X・Y）と同じ否かをできるだけ早く判断
  - − 半数の試行は X・Y の値に 1 か 2 を加算・減算したフィラー

- ● 参加者 1 人につき，2（設問の位置 : 前／後）× 3（設問の種類 : P1 / P2 / P3）× 4（再認課題の種類 : X, Y, X±1 or 2, Y±1 or 2）× 2（回数）で全 48 試行

- ● 参加者は自分のペースでボタンを押しながら表示された問題を読み，頭の中で注意深く計算し，分かったら口頭で答える
  - − （前条件 設問 →）X → Y → 再認課題 → Z（→ 後条件 設問）
  - − 正誤のフィードバックなし
  - − Y が表示された後の再認課題は Yes / No ボタンで回答

- ● 再認課題の回答と反応時間，計算課題の回答を記録
  - − 再認課題の成績から，サブゴールを達成したかどうかを判断
    - ➢ すでに計算を行った　演算子 X・Y は再認しにくい（主に P1）
    - ➢ これから計算を行う　演算子 X・Y は再認しやすい（主に P2・P3）

2.2. Results

2.2.1. Proportions of correct answers in the arithmetic task

- ● 計算課題のエラー率について，2（設問の位置 : 前／後）× 3（設問の種類 : P1 / P2 / P3）の分散分析を行った（Table 1 と以下の不等号は正答率）

Table 1
Proportions of correct answers in the arithmetic task (and standard deviations) as a function of the Position of the Question and the type of problem in Experiment 1

Question position	Type of problem		
	P1	P2	P3
Before	.91	.80	.63
	(.14)	(.17)	(.24)
After	.60	.61	.51
	(.22)	(.21)	(.29)

- 前条件 ＞ 後条件　(F (1, 34) = 57.56, p < .001)
- 設問の種類の主効果あり（F (2, 68) = 17.55, p < .001)
  - P1 ＞ P2；P2 ＞ P3　(F (1, 34) = 5.01, p = .03; F (1, 34) = 15.44, p < .001)
- 設問の位置と設問の種類の交互作用あり（F (2, 68) = 9.87, p < .001)
  - 前条件において，P1 ＞ P2 ≒ P3
    (F (1, 34) = 7.35, p = .01; F (1, 34) = 3.16, p > .05; F (1, 34) = 17.23, p = .001)

2.2.2. *Proportions of correct recognitions of the operands*

- 再認課題の正答率について，同様の分散分析を行った（Table 2)
  - 35 名の全 840 試行のうち，計算課題で誤答した 251 試行と，全種類の試行が揃わなかった 1 名を除外した残り 589 試行

Table 2
Proportions of correct recognitions of the operands (and standard deviations) as a function of the Position of the Question and the type of problem in Experiment 1

Question position	Type of problem		
	P1	P2	P3
Before	.90	.97	.97
	(.16)	(.08)	(.10)
After	.98	.99	.98
	(.06)	(.04)	(.06)

- 前条件 ＜ 後条件　(F (1, 33) = 8.63, p = .006)
- 設問の種類の主効果あり（F (2, 66) = 5.19, p = .008)
  - P1 ＜ P2；P1 ＜ P3　(F (1, 33) = 6.29, p = .02)
- 設問の位置と設問の種類の交互作用が有意傾向（F (2, 66) = 3.01, p = .06)
  - P1 においてのみ，前条件 ＜ 後条件　(F (1, 33) = 7.87, p = .008)

2.2.3. *Recognition times of the operands*

- 再認課題の反応時間について，同様の分散分析を行った（Table 3)
  - 589 試行のうち，再認課題で誤答した 17 試行を除外した残り 572 試行

Table 3
Mean recognition times of the operands in ms (and standard deviations) as a function of the Position of the Question and the type of problem in Experiment 1

Question position	Type of problem		
	P1	P2	P3
Before	1193	988	920
	(491)	(368)	(205)
After	950	955	946
	(325)	(259)	(287)

- 前条件 ＞ 後条件　(F (1, 33) = 5.43, p = .03)

- 設問の種類の主効果あり (*F* (2, 66) = 7.65, *p* < .001)
    - P1 ＞ P2；P1 ＞ P3　(*F* (1, 33) = 11.88, *p* < .001)
- 設問の位置と設問の種類の交互作用あり (*F* (2, 66) = 5.50, *p* = .006)
    - P1 においてのみ，前条件 ＞ 後条件　(*F* (1, 33) = 8.70, *p* = .006)

2.3. Discussion

- Y が提示された時点でサブゴール達成が容易な P1 が事前に提示されると，もとの演算子（X・Y）の再認率が低下した
    - 問題の意味構造を反映した初期表象に従い，計算を行なっていた
- サブゴール達成不可能な P2・P3 では，設問の位置で再認率に差は見られなかった
    - 他のサブゴール使用可能な表象は構築されなかった

- 事前に設問が提示された場合，P1 が P2・P3 よりも計算課題の正答率が高い原因は，ワーキングメモリに保持された数の差だろう

3. Experiment 2

- この数学の文章題において最も認知的負荷の低い方略は，数が提示されると同時に計算し，計算結果のみを記憶しておくものである
    - ただし，この方略を用いるには意味構造の制約を緩和しなければならない
        - P3　(X + Z) - Y → X + Z - Y → X - Y + Z → (X - Y) + Z
            - チャンクを分解し，再構成（並び替え）し，再度チャンクを作る
        - P2　X - (Y + Z) → X - Y - Z → (X - Y) - Z
            - 再構築がないので，P3 に比べ P2 は制約の範囲が狭い

- 実験 2 ではあらかじめ別の方略を用いるよう教示し，自分で最適な方略を発見させる
    - 表象変化説に従えば，制約の範囲が広い P3 のほうが，P2 よりも制約の緩和に時間がかかるだろう
    - 最適な方略が維持されるなら，Y の時点における計算が行われ続けるだろう

3.1. Method

3.1.1. Participants

- 大学生 29 名（謝礼￡7）

3.1.2. Material and procedure

3.1.2.1. The discovery of an alternative strategy task.

- 初めに P2・P3 が 1 問ずつ解き，その計算式を紙に書く
- その後，Y が提示された時点で計算ができる方法を考えるよう教示される
  - 最適な方略が見つかるまでの時間をストップウオッチで計測

3.1.2.2.　The arithmetic word problem-solving task.

- 計算課題・再認課題・設問は実験 1 と同じ
  - 設問を読み終えるまでの時間（制約緩和にかかる時間）の計測を追加

3.2.　Results

3.2.1.　Resolution times of the problems with the alternative strategy

- 全参加者が初期表象をもとにした方略を使用し，全参加者が最適な方略を発見した
  - 最適な方略の発見時間　P2 (83 s) ＜ P3 (134 s)　(t (28) = 2.63, p = .01)

3.2.2.　Reading times of the questions before the text

- 設問の読み時間について，実験 1 と同様の分散分析を行った
  - 前条件において，有意な単純主効果あり (F (2, 56) = 8.45, p < .001)
    - ➢ P1 (6715 ms) ≒ P2 (6543 ms) ＜ P3　(7910 ms)
      (F < 1; F (1, 28) = 15.74, p < .001; F (1, 28) = 10.30, p = .003)

3.2.3.　Proportions of correct answers in the arithmetic task

- 計算課題のエラー率について，同様の分散分析を行った（Table 4 と以下は正答率）

Table 4
Proportions of correct answers in the arithmetic task (and standard deviations) as a function of the Position of the Question and the type of problem in Experiment 2

Question position	Type of problem		
	P1	P2	P3
Before	.92 (.10)	.81 (.14)	.71 (.19)
After	.59 (.21)	.56 (.18)	.51 (.20)

  - 前条件 ＞ 後条件　(F (1, 28) = 91.80, p = .001)
  - 設問の種類の主効果あり (F (2, 56) = 16.49, p = .001)
    - ➢ P1 ＞ P2；P2 ＞ P3　(F (1, 28) = 6.65, p = .01; F (1, 34) = 11.88, p = .002)
  - 設問の位置と設問の種類の交互作用あり (F (2, 56) = 4.48, p = .02)
    - ➢ P1・P2・P3 いずれも，前条件 ＞ 後条件
      (F (1, 28) = 88.72, p = .001; F (1, 28) = 44.62, p = .001; F (1, 28) = 88.72, p = .001)
      - ✧ 効果の大きさは，P1 ＞ P2 ≒ P3

(F (1, 28) = 4.35, p = .04; F (1, 28) = 1.29, p = .26; F (1, 28) = 6.00, p = .02)

3.2.4. *Proportions of correct recognitions of the operands*

- 再認課題の正答率について，同様の分散分析を行った (Table 5)
  - 29 名の全 696 試行のうち，計算課題で誤答した 223 試行を除外した残り 473 試行

Table 5
Proportions of correct recognitions of the operands (and standard deviations) as a function of the Position of the Question and the type of problem in Experiment 2

Question position	Type of problem		
	P1	P2	P3
Before	.86	.95	.93
	(.22)	(.10)	(.16)
After	.98	.98	.96
	(.06)	(.06)	(.09)

  - 前条件 ＜ 後条件 (F (1, 28) = 7.38, p = .01)
  - 設問の種類の主効果が有意傾向 (F (2, 56) = 2.78, p = .07)
  - 設問の位置と設問の種類の交互作用が有意傾向 (F (2, 56) = 2.57, p = .08)
    - ➢ P1・P2・P3 いずれも，前条件 ＜ 後条件
      - ✧ 効果の大きさは，P1 ＞ P2 ≒ P3

3.2.5. *Recognition times of the operands*

- 再認課題の反応時間について，同様の分散分析を行った (Table 6)
  - 473 試行のうち，再認課題で誤答した 23 試行を除外した残り 450 試行

Table 6
Mean recognition times of the operands in ms (and standard deviations) as a function of the Position of the Question and the type of problem in Experiment 2

Question position	Type of problem		
	P1	P2	P3
Before	1394	1139	1092
	(586)	(315)	(352)
After	1056	1025	955
	(331)	(272)	(284)

  - 前条件 ＞ 後条件 (F (1, 28) = 14.63, p = .001)
  - 設問の種類の主効果あり (F (2, 56) = 10.5, p = .001)
    - ➢ P1 ＞ P2；P1 ＞ P3 (F (1, 28) = 11.36, p = .002)
  - 設問の位置と設問の種類の交互作用あり (F (2, 56) = 4.43, p = .02)
    - ➢ P1・P2・P3 いずれも，前条件 ＞ 後条件
      (F (1, 28) = 10.74, p = .003; F (1, 28) = 5.68, p = .02; F (1, 28) = 10.08, p = .004)
      - ✧ 効果の大きさは，P1 ＞ P2 ≒ P3
        (F (1, 28) = 5.44, p = .03; F < 1; F (1, 28) = 4.10, p = .05)

3.3. Discussion

- 表象変化説の通り，制約が広いときよりも，狭いときのほうが他の表象を作りやすいことが明らかになった
  - P2 よりも P3 で方略を発見するまで時間がかかった
  - 新たな方略を発見したことで，設問が事前に与えられる場合，事後的に与えられる時に比べ，P1・P2・P3 いずれも再認率が低下した
- Y が提示された時点で計算を行なう最適な方略が維持された
  - その結果，負荷が下がり，実験 1 よりも P2・P3 で計算課題の正答率が上昇した

- しかしながら，再認課題の位置による効果は，いまだ P1 のほうが P2・P3 より大きい
- また，設問の読み時間について，P2 より P3 が長い点が気になる
  - 一度制約が緩和されたとはいえ，P2 に比べ P3 の方略の変更には，高い負荷がかかっていたのかもしれない

4. Experiment 3

- 表象変化説によれば，問題表象が一度でも変更されると，その変化が維持され，制約を緩和する際の困難さは消える (Knoblich et al., 1999)
  - しかし実験 2 の結果を見ると，制約が緩和された後でも同じ問題で苦労していた
- もしそうなら，広い制約は自動的に緩和するまでに長い時間を要するだろう
  - 実験 3 では，最適な方略を明示的に教示する

4.1. Method

4.1.1. Participants

- 大学生 29 名（謝礼￡5）

4.1.2. Material and procedure

- 実験 3 では，制約の狭い P2 と広い P3 のみ，前条件のみ
- 8 問 1 ブロックとして，全 5 ブロック
  - ブロック 1 では P2・P3 が交互に提示，Z 表示後に回答，計算方法を報告
    - ブロック 1 最後の問題で，Y 表示時点で計算可能であることを示し，その新しい方略を使うよう教示
  - ブロック 2 以降で，参加者が最適な方略を忘れたり，別の方略を報告した場合，再度教示を行う
- このパラダイムでは言語報告で十分なため，再認課題は行わない

4.2. Results

4.2.1. Proportions of correct answers in the arithmetic task

- 計算課題の正答率について，2（設問の種類 : P2 / P3）× 4（ブロック : B1 / B2 / B3 / B4）の分散分析を行った (Table 7)

Table 7
Proportions of correct answers in the arithmetic task (and standard deviations) as a function of the type of problem and the block in Experiment 3

Block	Type of problem	
	P2	P3
B1	.81 (.21)	.77 (.23)
B2	.89 (.22)	.88 (.17)
B3	.88 (.17)	.89 (.20)
B4	.89 (.17)	.89 (.24)

 - P2 ≒ P3 ($F < 1$)
 - ブロックの主効果あり (F (3, 84) = 4.48, $p < .006$)
   - ➢ B1 ＜ B2 ≒ B3 ≒ B4
 - 設問の種類とブロックの交互作用なし ($F < 1$)

4.2.2. Proportions of use of the new strategies

- X と Y のサブゴールを含む新しい方略の使用率について, 同様の分析を行った (Table 8)

Table 8
Proportions of use of the new strategy (and standard deviations) as a function of the type of problem and the block in Experiment 3

Block	Type of problem	
	P2	P3
B1	.84 (.23)	.73 (.30)
B2	.96 (.13)	.95 (.17)
B3	.98 (.06)	.96 (.11)
B4	1 (0)	.99 (.05)

 - P2 ＞ P3 (F (1, 28) = 7.30, $p = .01$)
 - ブロックの主効果あり (F (3, 84) =15.62, $p < .001$)
   - ➢ B1 ＜ B2 ≒ B3 ≒ B4

- 設問の種類とブロックの交互作用あり（F (3, 84) =4.04, p = .01）
  - B1 において P2 ＞ P3，その傾向は B2・B3・B4 も同様

4.2.3. Mean self-presentation times of the question

- 設問の読み時間について，同様の分析を行った（Table 9）

Table 9
Mean self-presentation times of the question in ms. (and standard deviations) as a function of the type of problem and the block in Experiment 3

Block	Type of problem	
	P2	P3
B1	6433	8750
	(2927)	(6166)
B2	5342	5966
	(2536)	(3699)
B3	5122	5740
	(3369)	(3670)
B4	4538	4684
	(2850)	(2914)

- P2 ＜ P3　(F (1, 28) = 6.07, p = .02)
- ブロックの主効果あり（F (3, 84) =15.40, p < .001）
- 設問の種類とブロックの交互作用あり（F (3, 84) =3.02, p = .03）
  - B1 においてのみ，P2 ＜ P3　(F (1, 28) = 5.22, p = .03)

4.3. Discussion

- 新しい方略を使うよう明示的に教示されたにもかかわらず，それを体系的に使うことはできないことが明らかになった
  - 緩和すべき制約が広い場合，また最初のブロックでは顕著
- しかし，同じ問題が何度か提示されると，自動的処理によりその差はなくなった
  - 実験 2 の設問の読み時間で，P1 と P2 に差がなかった理由

5. General discussion

- 本研究では，洞察問題解決における表象変化説の主要な概念である制約緩和とチャンク分解をが，漸進的問題解決にも適用できることを示した
  - 実験 1
    - 別の表象が可能であっても，問題の意味構造に沿った初期表象に頼る
  - 実験 2・3
    - 表象を変化させることは困難（制約が広い場合は特に）
    - 表象変化が一度起これば新しい表象を用いることもできるが，それも依然と

して困難（制約が広い場合は特に）

    - ➢ ただ，同じ問題を繰り返し行えば，負荷が下がり困難さはなくなる

- 本研究の結果は，洞察問題で起こる方略の逆行を説明することができる
  - 制約が一旦緩和されても，その緩和は連続的・自動的に行われないため
  - 問題が複雑で負荷が高い場合，最初の方略への逆行することがその負荷を軽減するには唯一の方法

- 制約緩和後は負荷が低くなる表象変化説の主張と，今回の結果が食い違う 2 つの原因
  1. 本実験では，実験者から明示的に解決法の教示を行った
     - ➢ 多少の訓練や手がかりはっても，洞察は自然と心に現れるものを指す (e.g., Kershaw & Ohlsson, 2004; Weisberg & Alba, 1981)
  2. 本実験では，初期表象でも解に到達できるため，変化させる必要がない
     - ➢ 洞察問題は表象の変化のみで解決できる (Gilhooly & Murphy, 205)
     - ➢ 一方，洞察問題か否かは選択される方略による (Siegler, 2000) という説も

- もしかすると，洞察と方略の変化の間に明確な線引きは必要ないのかもしれない
  - 洞察的・非洞察的解決はともに，同じ認知メカニズムによる (Wieth & Burns, 2006)
- 実際，本研究では洞察問題解決の理論を用いて，漸進的問題解決における行動を予想することができた