

Models for Prisoner's Dilemma

Anatol Rapoport and Philip Dale

Journal of Mathematical Psychology: 3, 269-286 (1966)

概要

- 繰り返し囚人のジレンマゲームのモデルを5つ作成し、シミュレーションを行うことで実験データと比較する
 - モデルは1次マルコフ連鎖を基にしている
 - 5つのモデルについて比較も行っている
- 本研究では「なぜ男性と女性とで振る舞いが異なるのか？」をモデルのパラメータの違いから検証する
 - 協調を選択する確率：男性 > 女性
 - この違いは女性の傾向が...
 - * お互い協調 (CC) 後に裏切りを選択しやすいから？
 - * 自分が協調、相手が裏切り (CD) 後に裏切りを選択しやすいから？
 - * それとも他の要因？

1 導入

1.1 囚人のジレンマ

| | | |
|-------|------------|------------|
| | C_2 | D_2 |
| C_1 | R_1, R_2 | S_1, T_2 |
| D_1 | T_1, S_2 | P_1, P_2 |

$$T_i > R_i > P_i > S_i$$
$$S_i + T_i < 2 * R_i (i = 1, 2)$$

- 囚人のジレンマとは下の利得表に従い、二人が相談できない状況で行う非零和ゲームである
- 特徴
 - 「D(裏切り)」を選択する方が「C(協調)」を選択するよりも高い得点が得られる
 - 「DD(お互い裏切り)」だと「CC(お互い協調)」よりも得点が低い
- 方略
 - 1回だけの囚人のジレンマゲームではDを選択することが最良の方略と言われている

- それに比べ、 n 回繰り返す囚人のジレンマゲームでは「裏切り方略」が最良とは言えず、より複雑である
- FIG.1 は 300 回の繰り返し囚人のジレンマゲームを行った男性 190 ペア分の実験データ
 - C：協調割合
 - CC：「お互い協調」割合
 - CD+DC：「片方協調，片方裏切り」割合

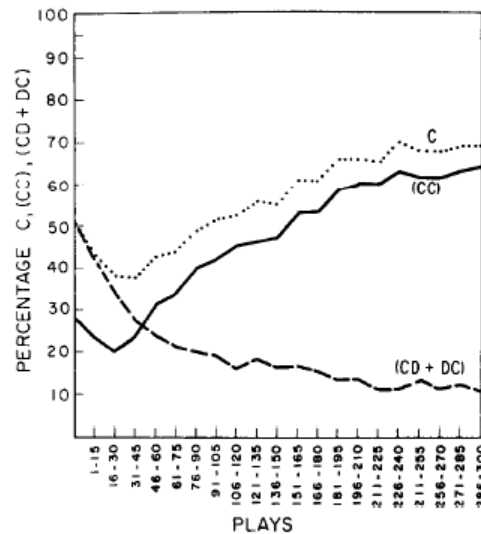


FIG. 1. Percentage of C, (CC), and (CD + DC) averaged over 190 male pairs playing eleven different games and 15 plays. The initial point is the average on the first play.

- FIG.1 から見られる傾向
 1. 最初は C も D もほぼ同割合 (50)
 2. 徐々に C が減少
 3. 30-40 試行目を境に C が上昇
 - 190 ペアの内 130 ペアが (CC) か (DD) の均衡状態

1.2 目的

- 本研究では実験データを説明するモデルを作成する
 - 実験データを「男性ペア」と「女性ペア」の2つを分けており、それぞれ独立してシミュレーションを行っている
- 合計5つのモデルを作成しているが、全て1次マルコフ連鎖をベースにしている
- 本研究ではモデルが説明すべき点を以下の2つに限定した
 1. 時間経過における4状態 ((CC),(CD),(DC),(DD)) の割合の推移
 2. ペア間における各4状態の分散
- そして、「男性ペア」のパラメータと「女性ペア」のパラメータを比較することで、「男性と女性との間に見られる振る舞いの違い」を明らかにする

2 Model

2.1 Model1 : The One-Step (Four State) Markov Chain

- 1つ目のモデルは純粋に1次マルコフ連鎖を利用しただけである

$$x_1 = p(C_1|C_1C_2) \quad (1)$$

$$y_1 = p(C_1|C_1D_2) \quad (2)$$

$$z_1 = p(C_1|D_1C_2) \quad (3)$$

$$w_1 = p(C_1|D_1D_2) \quad (4)$$

- 例えば, (C_1D_2) から (D_1C_2) へ移行する確率は $(1 - y_1) * z_2^1$ で求められる
- パラメータ: x, y, z, w の4つ
- 欠点
 - FIG.1 で見られた協調確率の減少, 上昇が再現出来ない

2.2 Model2 : Markov Chain with Absorbing State

- Model1 の欠点である協調確率の減少, 上昇を再現する工夫を施した
- 工夫
 - Γ : 次の試行に必ず C を選択する状態を追加. (CC) の後にパラメータ γ に従って移行する
 - Δ : 次の試行に必ず D を選択する状態を追加. (DD) の後にパラメータ δ に従って移行する
- パラメータ: x, w, γ, δ の4つ
 - y, z (一方が協調, 一方が裏切りの時に協調する確率) については実験データから求めた
- 問題点
 - Γ と Δ への移行が起きたかどうかは実験データから分からない
 - * 例えば (CC) が長く続いていたとしても両者が Γ 状態になっていたのか, それとも片方だけなのか, はたまたどちらも Γ 状態ではないのかもしれない
 - Γ と Δ の移行は遷移確率 x, w に影響される

2.3 Model3 : The Four-State Markov Chain with One State-Conditioned Propensity Subject to Learning

- Model2 の問題点を考慮して, パラメータ x に学習変数 (Learning parameter) を導入

$$x(t+1) = \alpha_x x(t) + 1 - \alpha_x (0 < \alpha_x < 1) \quad (5)$$

- t 試行目に (CC) だった時, 次の試行 ($t+1$ 試行) に協調を選択する確率をパラメータ α_x に従って増加させる
- パラメータ: x_0, α_x, w の3つ
 - Model2 同様, y, z (一方が協調, 一方が裏切りの時の協調する確率) については実験データから求めた

¹プレイヤー 2 にとって前回の状態 (C_1D_2) から協調を選択する確率は数式 (3) の添え字を変え, $z_2 = p(C_2|D_2C_1)$ となる

2.4 Model4 : State-Conditioned Propensities Distributed in the Population

- このモデルは Model1 で用いたパラメータ x, y, z, w を「男性ペア」と「女性ペア」のそれぞれの実験データから別々に算出し、その確率に従う
- 各ペア間における各 4 状態の分散も実験データから求め、再現したらしい...

2.5 Model5 : The Stochastic Learning Model

- Bush and Mosterller(1955) と Estes(1950) によると、協調を選択する確率は直前に獲得した得点 (直前の状態) によって線形に変化するとされている

$$\begin{aligned} \text{直前が (CC) だった時, 協調する確率: } C' &= \alpha_{CC}C + (1 - \alpha_{CC})\lambda_{CC} \\ \text{直前が (CD) だった時, 協調する確率: } C' &= \alpha_{CD}C + (1 - \alpha_{CD})\lambda_{CD} \end{aligned}$$

...

- パラメータを減らすため、常識的な見解から
 - $\lambda_{CC} = 1$: 前회가 (CC) だったら C を選ぶ確率は高まるはずだから
 - $\lambda_{CD} = \lambda_{DC} = 0$: 前回 (CD) 又は (DC) の場合、協調を選択する確率が高まるとは考えられないから
- パラメータ: $\alpha_{CC}, \alpha_{CD}, \alpha_{DC}, \alpha_{DD}, \lambda_{DD}$ ² の 5 つ

2.6 Model のまとめ

- 5 つの Model 全てにおいて、第 1 試行目は (CC),(CD),(DC),(DD) の 4 状態をランダムで決定する
- 5 つの Model を用いて明らかにしたいことは「男性と女性とで振る舞いが異なるのはなぜか?」
 - 実験データを見る限り、女性の方が協調しない傾向がある
 - その原因はどこにあるのかをパラメータの違いから検討する
- 例えば、Model2 において 5 つのパラメータの内、 x, γ, δ に性別間で違いが見られた場合
 - もし、 x が男性 > 女性: 女性は前回 (CC) でより裏切る
 - もし、 γ が男性 > 女性: 女性は「前回 (CC) だったから、次回絶対協調しよう」という気持ちが弱い
 - もし、 δ が男性 < 女性: 女性は「前回 (DD) だったから、次回絶対裏切ろう」という気持ちが強い

3 Source of Data

- 本研究では複数種類の利得表を用いて行った実験データを用いている
- 実験で使用した利得表と用いた実験データ数の表を以下に示す
- 異なる利得表を用いた実験データを使用することの意味
 - 様々な状況での行動を考慮することが出来る
 - 性別内では利得表が異なっても、大体同じ協調確率である³
 - 同一の利得表を用いた実験データだけを選ぶと、量が少なく、統計的に安定しない

² λ_{DD} は (DD) からの脱却をしようと C を選択する可能性もあるため、パラメータとした

³性別間 (男性と女性の間) の協調確率の差は大きい

| | C_2 | D_2 | C_2 | D_2 | C_2 | D_2 | C_2 | D_2 |
|---------------------|-------------------|----------|-----------|----------|---------------------|----------|----------|----------|
| C_1 | 1, 1 | - 2, 2 | 5, 5 | - 10, 10 | 5, 5 | - 10, 10 | 1, 1 | - 10, 10 |
| D_1 | 2, - 2 | - 1, - 1 | 10, - 10 | - 5, - 5 | 10, - 10 | - 1, - 1 | 10, - 10 | - 5, - 5 |
| | Game IV | | Game XIII | | Game XI | | Game XII | |
| SUBJECT POPULATIONS | | | | | | | | |
| Game | No. of male pairs | | | | No. of female pairs | | | |
| IV | 20 | | | | 10 | | | |
| XI | 10 | | | | 10 | | | |
| XII | 19 | | | | 10 | | | |
| XIII ^a | 0 | | | | 33 | | | |
| Total | 49 | | | | 63 | | | |

^a Experiments with Game XIII were performed by Mr. Lynn Morehous in a separate study.

4 Results

4.1 Model1

- FIG.2 は Model1 のシミュレーション結果と実験データを示している
 - グラフは左の列に男性，右の列に女性
 - 上から C 割合，(CC) 割合，(CD+DC) 割合
 - 実線が実験データ，破線がシミュレーション結果
 - パラメータは全体の C の割合が実験データと一致するような値を選んでいる
 - シミュレーションは実験データ数と同じだけ行っている
 - * 例えば女性は 63 ペア分の実験データがあるが，シミュレーションも 63 回行っている
- 男性の方の C 割合 (グラフ a)，(CC) 割合 (グラフ b)，(CD+DC) 割合 (グラフ c) を見ると，シミュレーション結果と実験データが一致していないことが分かる
 - 特に実験データで見られる「C 割合の減少 増加」を再現出来ていない
- 女性の方は一見，一致しているように思えるが，実験データのどの割合も平坦であるから
- 性別間でのパラメータの比較
 - パラメータ x, y, z, w において違いが見られたのは y ((CD) 後に協調する確率) のみ
 - * すなわち，女性が協調をしない理由は (CD) 後に協調しにくい傾向 (= 復讐心が強い傾向) があるから
 - この結果は x と z に違いが見られ， y と w に見られなかった先行研究 (Rapoport and Chammah, 1965) と不一致
- ペア間の分散は実験データと比べ，極めて低い結果となった

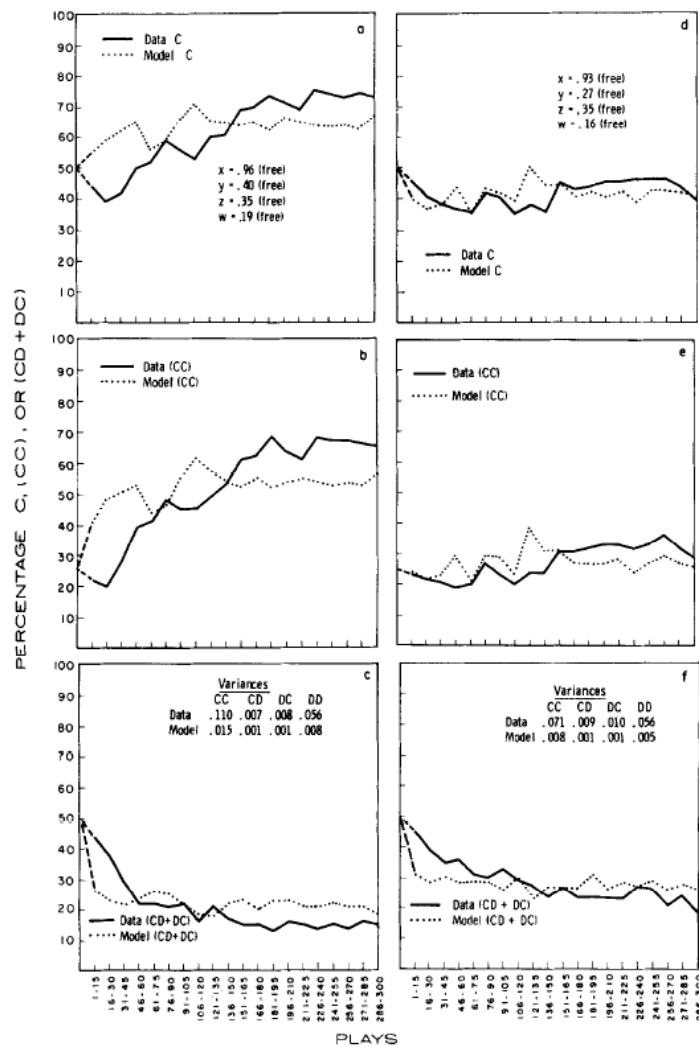


FIG. 2. Comparison of 49 male pairs and 49 pairs of simulated players, and 63 female pairs and 63 pairs of simulated players, for the Four-State Markov Chain Model. The initial point is the average on the first play. [a, b, c: Male; d, e, f: Female.]

4.2 Model2

- FIG.3 は Model2 のシミュレーション結果と実験データを示している
- 男性, 女性共に, C 割合は実験データと極めて近い結果だが, (CC), (CD+DC) に違いが見られた
- ペア間の分散は近い結果となった
- 性別間でのパラメータの比較
 - 違いがあったパラメータは z, γ, δ の3つ
 - * z が男性 > 女性: 女性は (DC) 後に協調しない
 - * γ が男性 > 女性: 女性は絶対協調するという状態に移行しにくい
 - * δ が男性 < 女性: 女性は絶対裏切るとい状態に移行しやすい

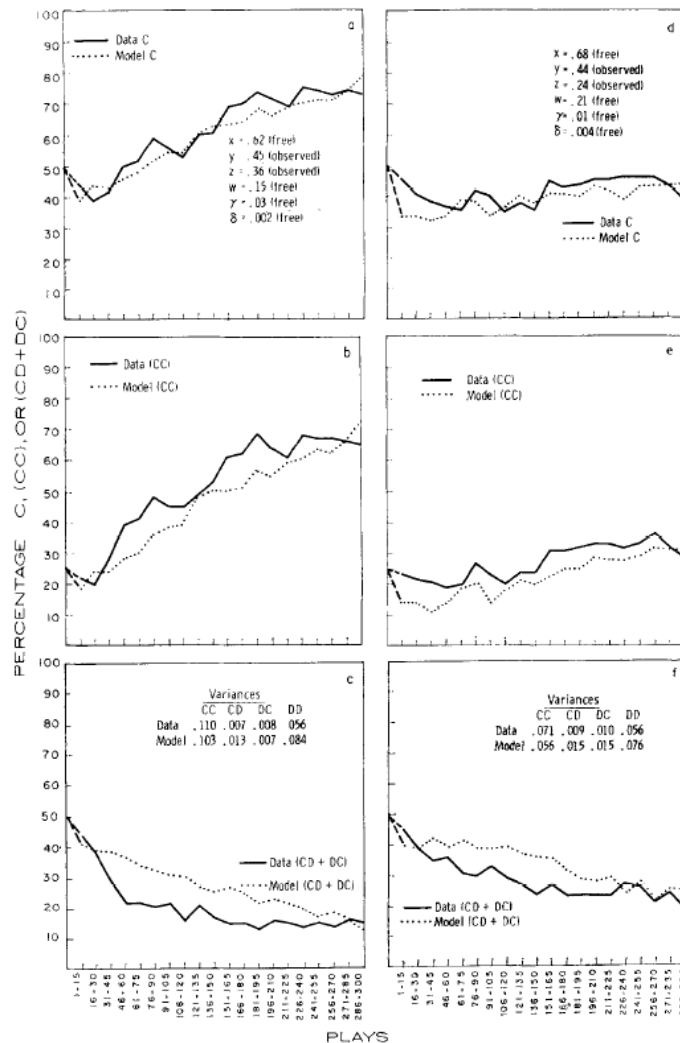


FIG. 3. Comparison of 49 male pairs and 49 pairs of simulated players, and 63 female pairs and 63 pairs of simulated players, for the Absorbing-State Markov Chain Model. The initial point is the average on the first play. [a, b, c: Male; d, e, f: Female.]

4.3 Model3

- FIG.4 は Model3 のシミュレーション結果と実験データを示している
- 男性, 女性共に比較的一致しているように思えるが, C 割合と (CC) 割合の最後の辺りで違いが生じている
- ペア間の分散は実験データよりも低い結果となった
- 性別間でのパラメータの比較
 - 明確な違いがあったパラメータは z のみ
 - * この結果から分かることは, 男性と女性とで協調割合が異なる理由は女性の方が (DC) 後に協調しない傾向が男性よりも強いということである

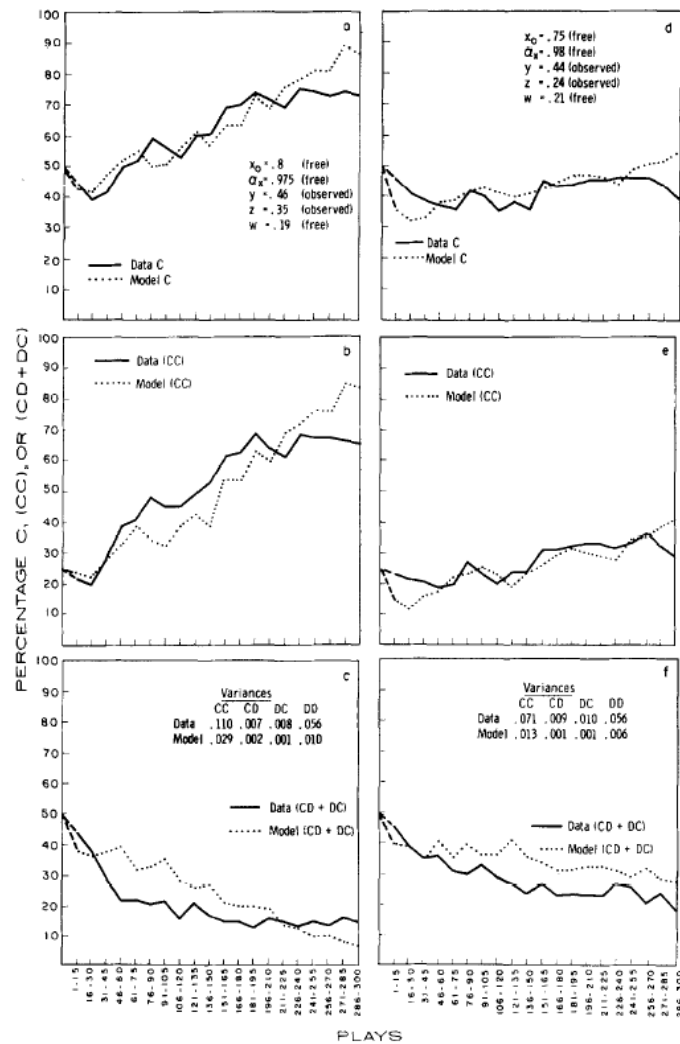


FIG. 4. Comparison of 49 male pairs and 49 pairs of simulated players, and 63 female pairs and 63 pairs of simulated players, for the Four-State Model with Learning on X. The initial point is the average on the first play. [a, b, c: Male; d, e, f: Female.]

4.4 Model5

- FIG.5 は Model5 のシミュレーション結果と実験データを示している
- 男性の方では C 割合において一致しているが, (CC) と (CD+DC) 割合には違いが見られる
- 女性は C 割合において一致していない
- ペア間の分散は実験データと近い結果となった
- 性別間でのパラメータの比較
 - 多少の差があったのは α_{CC} ((CC) 後に協調を選択する確率を高める変数) のみ
 - * α_{CC} が男性 > 女性 : 女性は (CC) 後が続けば C を選択しやすくなるという傾向が男性に比べて低い

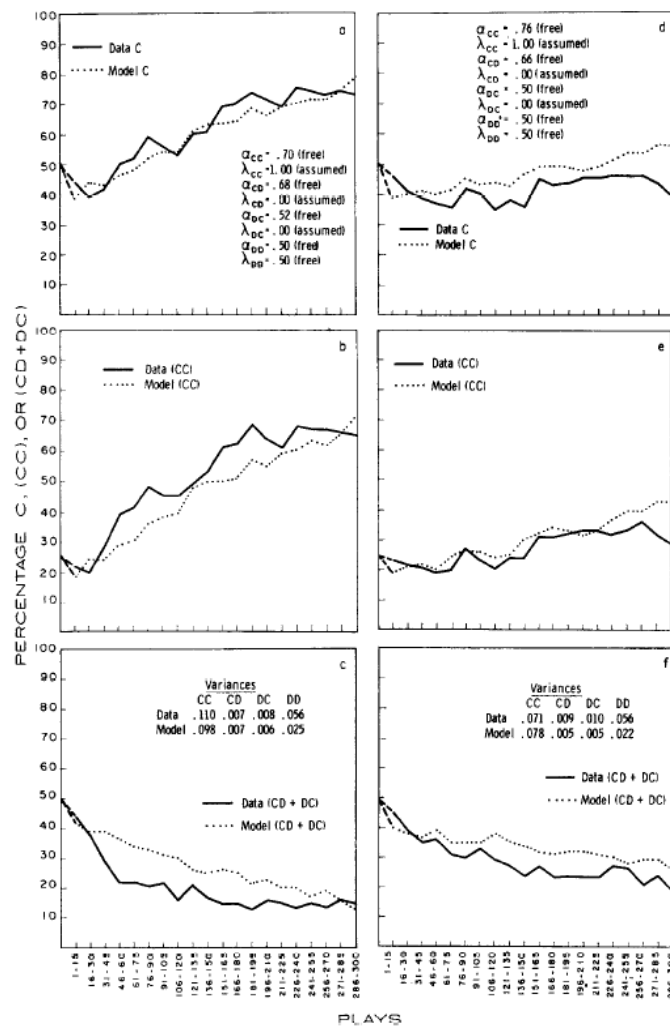


Fig. 5. Comparison of 49 male pairs and 49 pairs of simulated players, and 63 female pairs and 63 pairs of simulated players, for the Stochastic Learning Model. The initial point is the average on the first play. [a, b, c: Male; d, e, f: Female.]

4.5 Model4

- FIG.6 は Model4 のシミュレーション結果と実験データを示している
- Model4 は Model1 で用いた 4 つのパラメータを実験データから算出している
 - しかし, FIG.6 の通り, Model1 で見られた 1 次マルコフの欠点を除去できなかった
- しかしながら, ペア間の分散は実験データと極めて近い結果が得られた
- TABLE 2 は実験データから算出した 4 つのパラメータ x, y, z, w の値を示している
 - 性別間において違うパラメータは x と z であった
 - * 男性と女性とで協調割合が違う理由は「相手の裏切りに対する反応は性別間で違いが無いが, 相手の協調に対する反応において女性の方が裏切りを選択する傾向が強いからだと言える

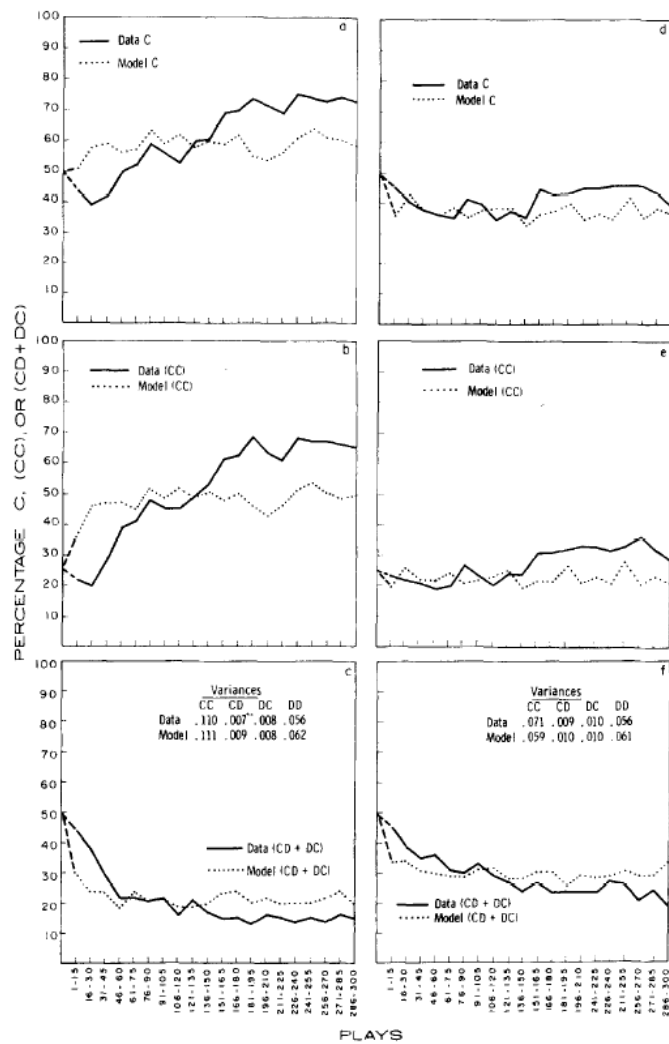


FIG. 6. Comparison of 49 male pairs and 49 pairs of simulated players, and 63 female pairs and 63 pairs of simulated players, for the Four-State Markov Chain Model with Distributed Parameters. The initial point is the average on the first play. [a, b, c: Male; d, e, f: Female.]

TABLE 2

ESTIMATED PARAMETERS

(Values of the state-conditioned propensities estimated from the protocols of 49 men and 63 women playing Games IV, XI, XII, and XIII (cf. p. 9))

| | Men | Women |
|-----|-----|-------|
| x | .85 | .72 |
| y | .45 | .44 |
| z | .36 | .24 |
| w | .21 | .19 |

5 Conclusion

- 本研究では5つのモデルを作成し、パラメータを操作することで実験データと一致させることを試みた
- しかし、本研究ではパラメータをなるべく少なくしたため、実験データと完全に一致するモデルというのは実現できなかった
 - 十分多くのパラメータを含んだモデルを使用すれば、どのようなデータであっても一致させることが可能
 - パラメータ数と実験データとの一致度の間でトレードオフが生じてしまう
- 5つのモデルの比較
 - 4状態1次マルコフ連鎖のみを用いたモデル (Model1 と Model4) は動的なプロセスを捉えることが出来なかった
 - * FIG.1 でみられた「C割合の減少 増加」を再現出来ていない
 - Model2 と Model5 は割合、分散共に比較的一致していた
 - 学習変数を用いた Model3 は分散に違いがあり、不十分であった
 - * しかし、Model3 が一番シンプルであり、学習変数の有用性が示唆された
 - よって、Model3の学習変数と Model2の絶対状態 (γ, δ) や Model5の λ を組合わせたモデルが有効だと考えられる
 - * しかし、パラメータが多くなり、より複雑になってしまう
- どのモデルを選択するかという問題にはデータとの一致度と同時に、扱いやすさと示唆的であるかを考慮する必要がある