

小学校教師候補生の算数作問における課題形式、数学知識、創造的思考の役割

Shuk-kwan S. Leung, Edward A. Silver: The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers, *Mathematics Education Research Journal*, vol.9, no.1, pp.5-24 (1997).

63人の小学校教師候補生の算数作問の振る舞いを検討するため、算数作問のテストが著者らによって開発された。分析結果は、被験者の作問における課題形式（特定の数情報のある／なし等）と、被験者の作問と数学知識と言語的創造性との間関係を検討するために使用された。主要な知見は、テストが算数作問を効果的に評価したことと、ほとんどの被験者が解決可能で複雑な問題を作成できたことであった。加えて、作問のパフォーマンスは課題が特定の数値情報を制約した時のほうが、しない時より良く、作問パフォーマンスは数学知識と有意に相関があり、言語的創造性とは相関がなかった。

1 Introduction

- 作問活動
 - 数学教育方面の報告において要求増加
 - 生徒が問題生成をすることを強調
 - 数学の中心的活動，数学教育における必要性 [Freudenthal 1973; Polya 1945; Silver 1994] 等
- 先行研究 [Keil 1965; Perez 1985; Winograd 1991] 等
 - 作問が問題解決・数学に対する態度を改善
 - 生徒の作問の質は評価されていない
 - 作問評価手法の必要性

□本研究の目標・フレームワーク

- 目標 1
 - 作問検討のための認知的分析スキーマの開発と適用
 - 教師候補生を対象
 - :作問においては初心者
 - :数学教育における作問の強調を促すのに役立つ (?)
 - 課題：物語形式の状況からの算数文章題の作成
 - 分析：既存の数学問題解決研究の手法を利用
- 目標 2
 - 作問の課題形式の影響
 - 数学問題解決における課題形式の影響 [Goldin, McClintock 1979]
 - :数や語のある／なしがパフォーマンスに影響
 - 本研究における課題形式
 - :特定の数字情報のある／なし
 - :作問における問題構造に注目させる？作問を阻害する？
- 目標 3
 - 個々の数学一般の知識と創造性からの作問の検討
- 作問と数学知識
 - 作問への要件から
 - (a) 状況に埋め込まれた事実と関係への注意
 - (b) 状況を数学化する能力
 - (c) 数学化した状況を問題として提示する能力
 - 数学能力と作問の関係 [Ellerton 1986, Krutetskii 1976]
- 作問と創造性
 - 産出的思考の一種
 - 創造性の尺度としての産出の流暢さ [Guilford 1967]
 - 創造性テストにおける作問の使用 [Getzels, Jackson 1962]

2 Method

□被験者

- 学生 63 名
 - 「小学校教師数学」受講生

□作問・数学知識・創造的思考の評価

- 使用テスト
 - 算数作問テスト (TAPP)
 - 準プロ技術テスト・数学部 (PPST-M)
 - Torrance の創造的思考テスト・言語部 (TTCT-V)
- 算数作問テスト
 - 本調査のために開発
 - :先行研究で妥当性検証 [Leung 1993]
 - :作問経験のない教師候補生を想定したレベル
 - 創造性テスト [Getzels, Jackson 1962] を修正して作成
 - :文脈 1・家の購入, 文脈 2・プール管理
 - :形式 1・指定数値情報あり, 形式 2・なし
 - 4 問 (1A, 1B, 2A, 2B)
- 準プロ技術テスト・数学部
 - 数学知識を測定するテスト・小学校教師候補生用 [教育テストサービス 1986]
 - 選択問題 40 問
 - :数の比較と整列・グラフ解釈・割合の使用・量的推論・測定概念の使用・演繹
- Torrance の創造的思考テスト
 - 6 課題
 - :質問・原因の推測・続きの推測・製品改良・ものの使い方・仮定
 - 例: 普通でないものの使い方
ダンボールの普通でない使い方を思いつく限り挙げよ

□課題の実施

- 実施形態: クラス全体一斉実施
 - PPST-M: 授業第一回・50 分
 - TAPP: 中間試験後・40 分
 - :1A/2B, 1B/2A, 2A/1B, 2B/1A からランダム割り当て
 - TTCT-V: TAPP の翌週・45 分
- 被験者数
 - TAPP: 63 名
 - PPST-M と TTCT-V: TAPP 受験者中の 49 名

□コーディングと分析

- PPST-M と TTCT-V
 - 付属ガイドに従って得点化
- TAPP
 - 評価の次元: 質+複雑さ (→ Figure 2. 例)
 - 質
 - :数学的/非数学的, もっともらしい/らしくない, 十分な情報を含む/含まない
 - 複雑さ
 - :解法計算の複雑さ
- 評価手順・質
 1. 数学の問題か否かを判定
 2. もっともらしさを判定
 - :初期状態が成立していて, 矛盾した情報がない
 3. 解法のために提供される情報が充分か判定
 - :作成された問題の解法を生成して判断
- 評価手順・複雑さ
 - 解法が 1 ステップ/複数ステップを判定
 - 手段-目的分析 [Newell, Simon 1972] を使用 (→ Figure 3. 例)

□データ分析

- TAPP の分析
 - 単独評定者により
 - 第二評定者が 10 名を分析・信頼性を検討
- 作問の検討
 - TAPP の評価に基づく検討
 - (a) 数学的な問題の数
 - (b) a & もっともらしい問題の数
 - (c) b & 十分な情報を持つ問題の数
 - (d) b & 複数ステップの問題の数
 - 条件間比較には t 検定・ α 値.01 を使用
- 数学知識・創造性・作問間の関係の検討
 - 49 名の TAPP・TTCT-V・PPST-M の評価に基づく検討
 - 数学知識・創造性を（高／中／低）群に分割
 - 高低群比較，中群（TTCT-V 17 名，PPST-M 17 名）を除外
 - 数学知識高低・創造性高低 4 群の TAPP を ANOVA で分析

3 Results

□小学校教師候補生の作問

- TAPP の結果（→ Figure 4）
 - 63 名計 848 問
 - 信頼性：各分類の κ 係数.80～.93
 - 質
 - :数学的な問題 (a) 91%(773/848)
 - :もっともらしい数学的問題 (b) 90%(757/848)
 - :もっともらしく十分な情報を含む数学的な問題 (c) 63%(538/848)
 - :情報が不十分な問題がわりとある（もっともらしい問題中の 30% 近く）
 - 複雑さ
 - :十分な情報を含む問題の半数以上が複数ステップ

□課題形式の影響

- 課題形式毎の TAPP 平均（→ Table 1）
 - A（数字あり）と B（数字なし）
 - 総じて $A > B$
 - 2 回目の A-B 間に統計的有意差
 - :数学的な問題 $t = 4.14, p < .01$
 - :もっともらしい数学的問題 $t = 3.80, p < .01$
 - :十分な情報を持つもっともらしい数学的問題 $t = 3.19, p < .01$
 - :複数ステップの問題 $t = 2.15, p < .01$
 - 1 回目の A-B 間の統計的有意差
 - :十分な情報を持つもっともらしい数学的問題 $t = 2.86, p < .01$

Table 1: 課題形式 A と B の TAPP の質・複雑さの平均（標準偏差）
（課題の順序が 1 回目だったか 2 回目だったか別）

質と複雑さの 測定項目	課題形式 A		課題形式 B	
	1 回目 (n=31)	2 回目 (n=32)	1 回目 (n=32)	2 回目 (n=31)
数学的な問題	6.1(3.0)	7.6(2.3)	5.7(2.5)	5.2(2.3)
もっともな数学問題	6.0(3.0)	7.4(2.3)	5.4(2.5)	5.2(2.3)
十分な情報	4.6(3.2)	5.7(3.1)	2.6(2.3)	3.4(2.6)
複数ステップ	2.7(2.0)	3.1(2.4)	1.9(1.8)	1.9(2.0)

□作問の数学知識と創造性に対する関係

- 数学知識
 - PPST-M の平均 26.6 点（40 点満点）
8～39 点，中央値 27 点，標準偏差 6.0

- 数学知識と TAPP (→ Table 2)
 - 総じて高数学知識群が高パフォーマンス
 - 1 回目有意差
 - : 数学的な問題 $F = 11.7, p < .01$; もっともらしい数学的な問題 $F = 10.2, p < .01$
 - : 十分な情報を持つもっともらしい数学的な問題 $t = 13.2, p < .01$
 - 2 回目の差
 - : 複数ステップの問題 $F = 8.0, p < .01$

Table 2: 高/低数学知識群の TAPP の質・複雑さの平均 (標準偏差)
(1 回目・2 回目別)

	1 回目	2 回目
数学的な問題		
高 数知	7.2(2.7)	7.4(2.5)
低 数知	4.3(2.2)	5.2(2.4)
全体	5.3(2.6)	6.3(2.7)
もっともらしい数学的な問題		
高 数知	7.0(2.8)	7.4(2.5)
低 数知	4.1(2.4)	5.0(2.3)
全体	5.1(2.7)	6.2(2.7)
十分な情報		
高 数知	5.4(3.0)	5.4(3.6)
低 数知	2.3(2.1)	3.1(2.1)
全体	3.4(2.7)	4.4(3.2)
複数ステップ		
高 数知	3.0(1.6)	3.1(2.6)
低 数知	1.5(1.5)	1.4(1.0)
全体	2.0(1.6)	2.6(2.3)

- 創造的思考
 - TTCV の平均 93 点
 - : 71~113 点, 中央値 93 点, 標準偏差 11.5
- 創造的思考と TAPP (→ Table 3)
 - 有意差なし
 - 総じて高創造的思考群のほうが高いが...

Table 3: 高/低創造的思考群の TAPP の質・複雑さの平均 (標準偏差)
(1 回目・2 回目別)

	1 回目	2 回目
数学的な問題		
高 創思	5.9(2.4)	6.1(1.8)
低 創思	4.6(1.9)	5.1(2.3)
全体	5.3(2.3)	5.6(2.1)
もっともらしい数学的な問題		
高 創思	5.6(2.6)	5.9(1.8)
低 創思	4.5(2.0)	5.1(2.3)
全体	5.1(2.4)	5.5(2.1)
十分な情報		
高 創思	3.1(3.3)	4.1(2.3)
低 創思	3.4(2.3)	3.3(2.1)
全体	3.3(2.8)	3.8(2.2)
複数ステップ		
高 創思	2.0(1.8)	2.8(1.7)
低 創思	2.0(1.3)	1.8(1.6)
全体	2.0(1.5)	2.3(1.7)

- 相互作用
 - 数学知識・創造的思考ともなし

4 Discussion

□作問分析ツールとしての TAPP の評価

- TAPP の開発と使用・分析スキーマ
 - 先行研究では分析がコケた
 - 提案スキーマの適切さを確認
 - (a) 評定者間の一致が高い
 - (b) 全回答の約 9 割がもっともらしいに分類
 - (c) 全回答の 6 割以上に複雑さを含めた全分析
- TAPP の利用
 - 教師候補生用のツールとして利用可能
 - 中高生レベルでも使用可能かも
 - :現状レベルでいいかは調査が必要
 - :教師用のツールとしての可能性
 - 汎用ツールとしての可能性
 - :複雑さの評定だけは計算問題用・要変更

□小学校教師候補生のパフォーマンス

- 質・複雑さの評定からのパフォーマンス測定
- 総じて良好のパフォーマンス
 - 要求にあった適度な作問が可能
 - 非数学的作問が少ない, 残りほとんどがもっともらしい
 - 十分な情報を持つ複雑な作問も多い
- 作問スキルに欠陥もあり
 - わずかたりとも非数学的問題があった
 - 解決不可能な問題も相当数
 - :不十分な問題・もっともらしい問題の 30%
 - 非常に単純な問題も相当数
 - :単一ステップ・ステップなし
- 総括
 - 小学校教師候補生の作問の代表値を捉えたかは不明
 - 数学知識と作問との関係が判明
 - 作問経験がもっと必要か
 - :1 回目と 2 回目でさしたる変化なし

□課題形式の影響

- 課題形式
 - 数字あり／なし
 - 数字ありの作問が良パフォーマンス
 - 数字が与えられない状況では支援や教示が必要か

□数学知識と創造的思考に対する作問の関係

- 数学知識
 - 数学知識の高／低でパフォーマンスに差あり
 - 先行研究の結果と一致 [Ellerton 1986; Krutetskii1976]
 - :数学能力の高い生徒は問題の構造情報を受け取れる
- 創造的思考
 - TAPP は創造性テストと類似
 - 創造性 (TTCT-V の成績) は作問に影響なし
 - 今回の TTCT-V の成績は総じて一般の低-中
 - :数学能力と創造性は同じ要素では評価できない? [Haylock 1987]
- 数学知識と創造的思考の相互作用
 - 今回の結果からは何もなし
 - :被験者の数が少なかったし
- 総括
 - 観測結果からは数学知識と創造性の関係は見つからない
 - 作問は特に創造的才能を要求しない
 - 数学知識は作問に影響

5 Conclusion

- 認知研究の知見を借りた算数作問評価の提案
 - TAPP 項目と分析スキーマ
 - 台湾での結果を再現 [Leung 1995]
 - アメリカの中学校で適用例あり [Schloemer 1994]
 - 作問プロセスも評価可能
 - :作成された問題の系列の関係から
- 作問回答の分析
 - 解法ステップ分析の拡張 [Leung 1994;1995]
- 本研究の知見
 - 小学校教師候補生の作問
 - :やや作問能力は不足か
 - 教師のスキルへの要求
 - :作問を教育に使用するために
 - :教師候補生に作問経験・訓練が必要 [Gonzales 1996; Leung 1996]
- 作問の理解
 - もっと必要
 - TAPP が有用
- TAPP の拡張
 - 他の種類の作問に
 - :既知の問題から異なる作問 [Butts 1980]
 - :計算に合うストーリー問題の作問 [Greer,McCann 1991]
 - :what if not [Brown,Walter 1990]
 - 教育研究も必要 [Hashimoto 1987; Perez 1985]
 - :ポジティブな面だけでなく

<p>教示</p> <p>与えられる情報の可能な組み合わせを考慮し、家の購入と操作(プールの操作)を含む数学の問題を作成せよ。「家はどこにあるか?(プールの位置はどこか?)」のような、数学の問題でないものは作成しないこと。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 思いつく限り多くの問題を作成すること。異なるレベルの様々な問題を考えよ。解く必要はない。 • 同種の問題をたくさんではなく、様々な問題を作成すること。 • 他の人が作らないような、頻出ではない問題も含めること。 • 与えられた情報を変更したり、情報を加えても構わない。その場合、ボックスに変更点と適用対象の問題を示すこと。 • 各ボックスには1つの問題を書くこと。ボックスが足りなくなった場合は、用紙の裏に書くこと。(※ 各作問課題ごとに8個の回答用ボックスが与えられた) 	
<p style="text-align: center;">テスト項目1A</p> <p>スミスさんは150,000ドルの家の購入を考えていた。彼は頭金50,000ドルを支払い、残りの支払いを毎月行うことに同意した。毎月の支払いは元金の一部と年8パーセントで計算される利息、加えて年1295ドルの保険金を含んでいた。スミスさんは、前の所有者から話を聞き、光熱費が毎月2000ドルかかることを知った。後からスミスさんは4000ドルで断熱壁を設置したが、取り付け業者は光熱費が15パーセント減ると言っていた。</p>	<p style="text-align: center;">テスト項目2A</p> <p>District公園は20,000立方フィートの容積の水泳プールを設置した。水を入れるために、毎分20立方フィートと10立方フィートを流す2つの注水口を使うことができる。排水口からは毎分25立方フィートの水を排出することができる。毎分5立方フィートで濾過システムの水を動かす循環ポンプが取り付けられている。プールは毎週一回清掃されたら、水を排出し、プールサイドの掃除が行われる。排出と掃除を一緒にやると15時間かかる。</p>
<p style="text-align: center;">テスト項目1B</p> <p>スミスさんは家の購入を考えていた。彼は頭金を支払い、残りの支払いを毎月行うことに同意した。毎月の支払いは元金の一部と毎年の利息、加えて毎年の保険金を含んでいた。スミスさんは、前の所有者から話を聞き、光熱費が毎月かかることを知った。後からスミスさんは断熱壁を設置したが、取り付け業者は光熱費が何パーセントか減ると言っていた。</p>	<p style="text-align: center;">テスト項目2A</p> <p>District公園はある容積の水泳プールを設置した。水を入れるために、流す水の割合が異なる2つの注水口を使うことができる。排水口からはある割合で水を排出することができる。ゆっくりと濾過システムの水を動かす循環ポンプが取り付けられている。プールは定期的に清掃されたら、水を排出し、プールサイドの掃除が行われる。排出と掃除を一緒にやるとある時間がかかる。</p>

Figure 1. 算数作問テスト (TAPP) : 教示とテスト項目

分類	例
数学的な問題	
非数学的な問題	スミスさんはどうすれば光熱費が15パーセント減ることを知ることができるか。
数学的な問題	(スミスさんの)新しい光熱費はいくらか。
問題のもっともらしさ	
もっともらしくない	もし、4つの異なる割合の注水口があって水を入れるのに5時間かかり、ポンプ1と2が30分毎に500ガロンを流すとしたら、ポンプ2と3でプールをいっぱいにするのに何時間かかるか。また、ポンプ2と3毎時何ガロンか。もしポンプ2が200ガロンを1時間で一杯にするなら、ポンプ3は毎時3000ガロンか。
もっともらしい	どちらの注水口のほうが早い。
情報の充分さ	
不十分な情報	スミスさんが頭金25,000ドルを払うことができたなら、毎月の支払いはいくらになるか。
十分な情報	プールに800ガロンの水を貯められるとする。プールをいっぱいにするのには4時間かかる。排水に1/2の長さがかかるなら、プールが空になるまでに何時間かかるか。
計算の複雑さ	
ステップなし	プールを清掃するのに何時間かかるか。
1ステップ	どちらの注水口のほうが流す量が多いか。
複数ステップ	スミスさんが家を買うのに払う金額はいくらか。

Figure 2. 作問回答に適用した分類の例

問)両方の注水口を動かし,排水をしない時,プールがいっぱいになるのに何時間かかるか.

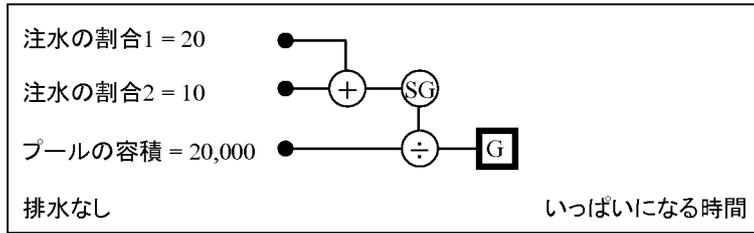


Figure 3. TAPP の2A の作問に対する GPS グラフ

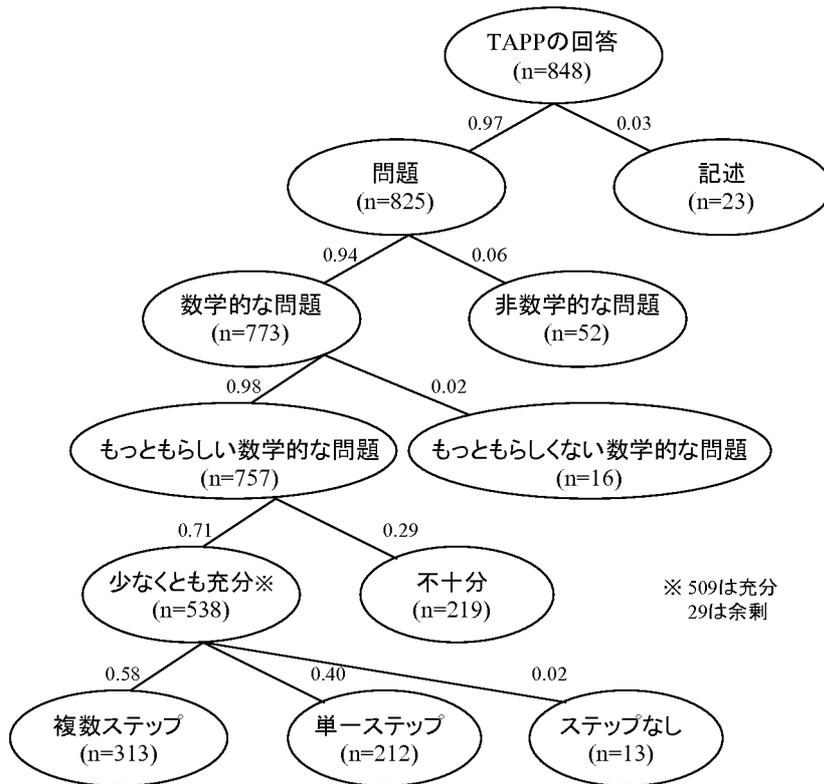


Figure 4. 各コーディングカテゴリの回答数と割合