

類推による数学問題解決

Laura R. Novick, Keith J. Holyoak: Mathematical Problem Solving by Analogy, Journal of Experimental Psychology, Learning, Memory, and Cognition, vol.17, no.3, pp.398-417 (1991).

我々は、類推によって数学文章題を解決する要素プロセスを検討する2つの実験と発話プロトコル研究の結果を報告する。大学生は最初、類推的転移の潜在的ソースを与える問題とその解法を学んだ。いくつかの問題のために、被験者は、類推的転移に含まれると過程される主要なプロセスのいくつかの困難さを軽減、除去するためにデザインされた、様々なヒントのひとつを受け取った。本研究は4つの主要な発見を産出した。第一に、ソースとターゲット問題の特徴の写像と、ソースの解法手続きをターゲット問題の解決において使用する適用するプロセスは明確に異なっていた：(a) 転移に成功するためには、写像に成功するだけでは不十分、(b) 適用は、転移の困難さの主要なソースであることが分かった。第二に、スキーマ導出は類推的転移の自然な結果であるという直接の証拠を得た。スキーマは導出されたものからの問題で存在することが分かり、スキーマと個々の問題は後の転移を促進した。第三に、我々の複数解問題のために、類推的転移と解法の正確さの関係は、テスト問題のために用いられた時間的圧力によって成立した。最後に、数学の熟達化は類推的転移の重要な預言者であるが、類推能力一般にはあてはまらない。類推的転移の、および教育指導のためのモデルのための結果の意味が考慮された。

(Introduction)

- 類推的問題解決の心理学的研究
 - ソース (source) 問題の解決は後のターゲット (target) 問題の解決に影響
 - 問題間の系統的な一貫性の検討の結果
- 類推的転移 (analogical transfer) の難しさ
 - 類推による転移 [Holyoak, Koh 1987], そうでもない [Gick, Holyoak 1980]
 - 転移に成功する個人 [Novick 1988b]
 - 転移は類推理解より困難
- 本研究の目的
 - 数学文章題の領域における調査
 - 構造化された領域, 教育的応用に直結

The Role of Adaptation in Analogical Problem Solving

- 類推による問題解決の分析
 - 検索・写像・学習
- 検索 (retrieval)
 - ターゲット問題の理解・過去の関連情報 (ソース) の検索
 - ヒントあり/なしパラダイム [Gick, Holyoak 1980]
最初に提示した情報が役立ちますよ
転移における検索の重要性・困難さ
[Catrambone, Holyoak 1989; Gick, Holyoak 1980, 1983; Keane 1988; Reed, Ernst, Banerji 1974; Ross 1987, 1989a; Spencer, Weisberg 1986] 等
- 写像 (mapping)
 - ソースとターゲット間で構築
 - 類推のコア [Holyoak, Thagard 1989a], 構造写像 [Gentner 1983]
ソース・ターゲットの要素間の一致の構築
- 写像と転移
 - 一般：写像の成功が問題解決成功を導く
 - 本研究の主張：手続き的転移は写像から自動的には行われない
 - ↓
- 適用
 - 類推的転移の第四プロセス [Gholson, Morgan, Dattel 1990, Novick 1988b]
 - 写像と適用の区別 (人工知能)
[Burstein 1986; Carbonell 1983; Hofstadter, Mitchell 1988; Sternberg 1977] 等

Analogical Transfer and Schema Induction

- 学習
 - 転移は抽象的なスキーマ形成を導く [Holoak 1984; Holoak,Thagard 1989b; Anderson,Thompson 1989]
 - スキーマ導出は以後の同型問題解決を促進
[Anderson,Thompson 1989; Gick,Holoak 1983; Pirolli,Anderson 1985; Ross 1989b]
- スキーマ導出仮説
 - 転移を増加させる操作も同型問題解決を促進 [Ross,Kennedy 1990]
 - Ross らの説明
 - (a) ターゲット問題解決のパフォーマンス, スキーマ無関係
 - (b) 転移操作により例題を異なる形で記憶
 - 直接証拠は得られず [Ross 1989]
 - プロトコル分析からスキーマ形成の証拠 [Bassok,Holyoak 1989]
- 本研究のアプローチ
 - 被験者に解法間の共通点を書かせて検討
 - スキーマ導出の証拠獲得へ

Analogical Problem Solving, Analogical Reasoning Ability, and Expertise

- 転移成功の予測の重要性
 - MSAT (数学熟達測定) の成績が自発的転移を予測 [Novick 1988a]
 - ソース問題検索の熟達化によるものか
 - 自発的でない転移ではどうか? →本研究・実験2で
- (熟達によらない) 一般的な類推転移能力 [Holyoak 1984]
 - 類推は日常的 [Sperman 1923]
 - 数学での類推的転移が一般的な類推能力を予測するか? →本研究・実験2で

Overviews of the Experiments

□実験の領域の性質

- 本研究の制限・限界
 - 被験者はソース問題に対する完全な知識がない
(類推的転移に使用させるのみで, 解法を解説しない?)
 - ソース問題の解法以外に別解が存在する

□類推的転移の測定

- 正確さ
 - 正しい解法の使用で正確さの向上
 - 転移とは必ずしも直結しない
計算ミス, 別解の存在
- 解答時間
 - 解法を立てず適用することで時間短縮
 - 適用自体が困難である場合の問題
- 用いた解法
 - 本研究における分析項目
 - 制限時間を設け, 正確さとの関係を検討

□実験手続きの概要

- ソース問題の学習
- ターゲット問題の解決
 - 実験1では1問, 実験2では2問
 - ヒントによる条件統制
- スキーマの記述
 - ソース・ターゲットの解法の共通点

- 「一般化」問題の解決
 - ソース・ターゲットの解法の微修正が必要

□写像と適用の区別

- ヒントパラダイム
 - 転移に何らかのプロセスが必要&実行困難
 - 転移を示すヒントがパフォーマンスを向上させる
- ヒント
 - 概念ヒント・数値ヒント
 - 予想：数値ヒント>概念ヒント
 - 写像と適用がより異なる
- 解法の分析
 - エラーの詳細なコーディング

Experiment 1

- 目的：仮説の初期検証
 - (a) 類推的転移の写像と適用の要素
 - (b) 転移とスキーマ導出の関係
 - ついでに時間圧力下での類推転移と正確さ
- 条件群：ヒント
 - 写像ヒント条件
 - 概念写像ヒント条件／数値写像ヒント条件
 - 検索ヒント条件
 - ソース問題を意識させるだけ
 - ヒントなし条件
- 予想
 - 数値>概念>検索
- 解法のコーディング
 - 実験2でまとめて

□方法

- 被験者
 - UCLAの大学生75名（男33・女42）
 - 授業の一環として参加
 - 数値20名 概念19名 検索20名 なし16名
 - （ソース問題の解法が理解できなかった13名除外済み）
- 材料（→ Table 1）
 - [Novick 1988a]の最小公倍数問題を使用

Table 1: ソース・ターゲット・一般化問題の類似点・共通点

特徴	ソース	ターゲット1	ターゲット2	一般化
内容	菜園	バンド隊	菓子即売会	貝殻集め
目標の数	苗	メンバー	クッキー	貝殻
余る約数	10,4,5	12,8,3	16,14,8,	5,6,9,10
余り	2	1	6	4
余りの発覚	最後	約数の後	約数の後	約数の後
余らない約数	6	5	9	7
新しい約数	-	-	-	3(余1)
範囲	最小値	45-200	最小値	80-550
解の公倍数	2番目	6番目	3番目	4番目

- デザインと手続き
 - 片側・被験者間4水準（ヒント）
 - 4つの文章題（1問7分）
 - 1・3・4番目に無関係の問題を提示

- 2 番目にソース問題（菜園）を提示
- ターゲット問題（バンド隊）（15 分）
 - 本当の実験はここからと口頭伝達
 - ヒントを提示（なし条件以外）
- スキーマの記述（6 分）
 - バンド隊問題と菜園問題の類似点
- フィラー課題（20～30 分）
- 貝殻問題（20 分）
- 1～4 人のグループ単位で実施

□結果と議論

- 転移のプロセス
 - 解法の得点化
 - 転移に成功（2 点）
 - 3 数の最小公倍数を使って正答（答え 145）
 - 部分的な転移（1 点）
 - 部分的な最小公倍数の使用
 - 転移なし（0 点）
- 転移のプロセス：平均得点
 - なし 0.50, 検索 0.90, 概念 0.84, 数値 1.40
 - （成功した被験者の割合 なし 19%, 検索 35%, 概念 37%, 数値 50%）
- 転移のプロセス：数値写像ヒント
 - 予想と一致, 適用に重要
 - 成功した被験者は半数
 - 適用は困難, 写像とは別のプロセス
 - 部分的な転移の割合は 40%
- 転移と正確さ
 - 転移に成功すると短時間で解決可能？
 - ANOVA（ヒント条件）×（転移した解法／他の解法）
 - 転移した解法（6.2 分）≪他の解法 8.8 分
 - ヒント条件の主効果なし- 正確さ
 - 時間圧力が不十分（制限時間 15 分 > 平均所要時間 9 分）
 - 正確さに統計的な差なし
- 転移とスキーマ導出
 - スキーマの記述のコーディング
 - 解法の 4 ステップに言及するか否か
 - 良好：最小公倍数を含む 2 ステップ以上に言及
 - 普通：最小公倍数を含まない 1 ステップ以上に言及
 - 貧弱：それ以外
 - 信頼性 .86
 - 全被験者のカテゴリ
 - 貧弱 39%, 普通 29%, 良好 32%
- 転移とスキーマ導出：検討項目
 1. スキーマの質は転移の強さ（得点？）と正相関があるか
 2. スキーマの質は正答ではなく転移と関係があるか
- 転移とスキーマ導出：結果
 1. 正相関あり ($r = .52, p < .001$)
 2. 転移が有効 ($\beta = .48, p < .001$), 正答率は有効ではない ($\beta = .07, p > .50$)
 - （重回帰分析：転移・正確さがスキーマの質を予測するか）
- 転移とスキーマ導出：スキーマの質の依存
 - 転移の質とスキーマの関係（→ Figure 1）
 - 転移に失敗した被験者はスキーマの質に差なし
 - （誤答・別解）
 - 部分的な転移の被験者
 - 16 人中 13 人が誤答
 - スキーマの質は誤答した被験者と異なる

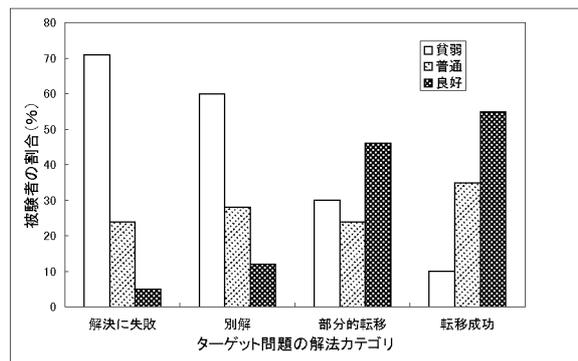


Figure 1: ターゲット問題のパフォーマンスの機能として、貧弱・普通・良好スキーマを書いた被験者の割合

- 一般化問題
 - スキーマ導出の効果測定
 - 一般化問題における転移の得点・スキーマのコーディング
- 一般化問題：結果
 - 転移に成功 39%, 部分的な転移 11%, 転移なし 51%
 - 転移との関係
 - ターゲット問題の転移 ($r = .30, p < .02$)・スキーマの質 ($r = .43, p < .001$) と相関
 - スキーマの質との関係
 - ターゲット問題の転移が有効, ($\beta = .38, p < .01$)
 - ターゲット問題のスキーマの質は有効ではない ($\beta = .10, p > .40$)
 - 概ね事前の転移が後の転移に影響

Experiment 2

- 目的
 1. 数値写像が概念写像より適用に近いことをさらに検証
 2. 実験 1 の数値写像による転移のパフォーマンスの説明
 - 転移の成功はソース・ターゲットの一致だけでなく理解も必要?
 3. 時間圧力の再検証
 4. 転移とスキーマ導出の関係の再検証
 5. 熟達化・類推能力による類推的問題解決の予測を検討
 - SAT・DAT の得点による予測

□方法

- 被験者
 - Vanderbilt 大学の大学生 132 名 (男 64・女 68)
 - 20 ドルの謝金により
 - 説明なし概念ヒント 34 名 説明なし数値ヒント 33 名 説明あり概念ヒント 32 名 説明あり数値ヒント 33 名
 - (ソース問題の解法が理解できなかった 10 名, 中断者 3 名, 非英語母語話者 1 名除外済み)
- 材料 (→ Table 1)
 - 実験 1 の材料+菓子即売会問題
 - 追加課題
 - 数値写像課題
 - 概念写像課題
- デザインと手続き
 - 被験者間 2 (概念/数値) × 2 (説明あり/なし) 水準
 - 4 つの文章題 (1 問 7 分)
 - 3 番目にソース問題 (菜園)
 - フィラー課題 (20 分)
 - ターゲット問題 (バンド隊+即売会問題) (各 7 分)
 - 4 分間菜園問題を見直し

- ヒントを提示
- 写像課題 (3分)
 - 数値ヒント条件に概念写像課題, 写像ヒント条件に数値写像課題
- スキーマの記述 (4分)
- 貝殻問題 (9分)
- 類推テスト (30分)
- 1~8人のグループ単位で実施

□結果と議論

- 写像と適用
 - ターゲット 2問はほぼ同様の結果
 - 転移 (2×2 ANOVA)
 - 数値ヒント (平均 2.30/4) ≫ 概念ヒント (平均 1.30/4)
 - ※最大 4点なのは多分ターゲット 2問の得点 (1問 2点) の合計
 - 説明あり/なし間に差なし
 - 写像課題の正答率 (≠正答した被験者の割合)
 - 概念写像課題 78%
 - 数値写像課題 90%
 - 写像課題と転移の相関
 - 概念写像課題・なし ($r = .06$)
 - 数値写像課題・あり ($r = .25, p < .05$)
 - 概念写像より数値写像のほうが転移に直接関係
- プロトコル実験
 - 被験者: UCLA の大学院生 8名
 - 課題: ソース問題を用いたターゲット問題の解決
 - 2名以外が転移に成功
 - 概念写像に関する発話
 - 4名より 5例のみ, うち 3例が数値含む
 - 概念写像は素早く実行されるが言語化されないっぽい [Ericsson, Simon 1980]
 - 数値写像に関する発話
 - 1名 (最速で転移に成功) 以外より, 2~6例/1人
 - 常に解法の適用に伴う
 - 概念写像より数値写像のほうが転移に直接関係
- 転移と正確さ
 - 数値ヒント (平均 1.09/2) ≫ 概念ヒント (平均 0.76/2)
 - 説明あり/なし間に差なし
- 転移とスキーマ導出
 - 全被験者のカテゴリ
 - 貧弱 27%, 普通 30%, 良好 43% - 転移・正答率との関係
 - 転移が有効 ($\beta = .42, p < .001$), 正答率は有効ではない ($\beta = -.14, p > .25$)
- 一般化問題
 - 転移に成功 51%, 部分的な転移 11%, 転移なし 39%
 - スキーマの質・ターゲット問題の転移との関係
 - スキーマの質 ($\beta = .18, p < .02$)・ターゲット問題の転移 ($\beta = .49, p > .001$) とも有効
 - スキーマの質・ターゲット問題の転移とも関係
 - スキーマの質と独立してターゲット問題の転移が写像/適用に影響したのかも
- 転移とスキーマ導出
 - 転移の質とスキーマの関係 (→ Figure 2)
 - 一般化問題で最低部分的転移 ←
 - ターゲット問題 1問の転移に成功以上 (ターゲットの転移) or 良好スキーマ
 - 良好スキーマの被験者はターゲット問題の転移に失敗しても一般化問題でわりと転移に成功

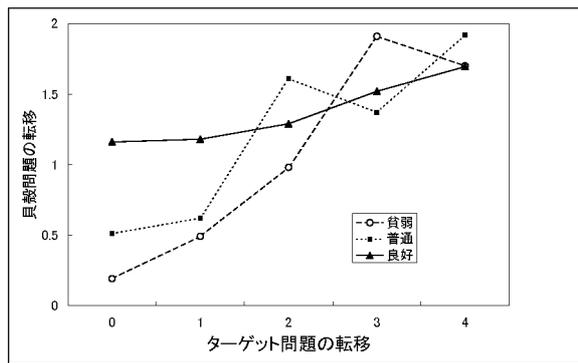


Figure 2: ターゲット問題の転移とスキーマの質の機能としての、貝殻問題の平均転移得点

● 個人差

- 分析対象 129 名 (3 名に SAT の成績提示を拒否された)
 - 類推テスト・言語 SAT・数学 SAT との相関 (→ Table 2)
 - 全条件類似傾向
 - 3 つのテストの成績は互いに相関
 - 類推的問題解決の成績
 - ターゲット 2 問・一般化問題の合計得点
 - 数学 SAT と相関あり
 - 重回帰分析よりヒント条件も有効 ($\beta = .33, p < .001$)
- 類推による数学文章題の解決は手続き実行のための数学能力・知識により予測

Table 2: 数学文章題の類推的転移の測定に対する一般・特殊能力測定の記述データ

	相関			記述測定		
	類推	言語 SAT	数学 SAT	平均	標準偏差	範囲
類推	-	-	-	44.7	4.2	28-50
言語 SAT	.47*	-	-	572	77	420-780
数学 SAT	.39*	.43*	-	625	76	410-780
類推的転移	.15	.00	.33*	2.9	2.2	0-6

* の相関の統計的信頼性は $p < .001$

The Importance of Adaptation in the Transfer of Mathematical Procedures

□ 概念分析と予測

- 適用の重要性・困難さ
 - 単にソースとの対応関係から「同じことをする」以上
- 適用の 3 つのタイプ (→ Table 3)
 1. ソース問題の数値置き換え
 - 文章題の難しさの本質ではない [Reed, Dempster, Ettinger 1985]
 2. ソース問題にない新要素の課程
 - 適用の困難さの原因・エラーの発生箇所
 3. ソース問題の本質を保存した一般化

Table 3: 数学的手続きの転移に成功するために必要な手続きの適用のタイプ

1. テスト問題からソース問題の操作の数値を置き換える		
(a) 間違った数の最小公倍数 (LCM) を求める (エラー)		
(b) 間違った数の LCM に余りを加算する (エラー)		
2. 問題に記述されていないテスト問題の新しい要素を仮定する		
エラーが予期されるのは…		
ソースの操作	適用に失敗	不適切な適用
(a) LCM を求める	-	LCM でない数
(b) 倍数を計算	LCM のみ	(LCM+余り) の倍数
(c) 余りを加算	加算に失敗	余りを減算
(d) 解を選択	全ての関連情報でも…	-
3. 本質的な構造を保存する方法でソースの手続きを一般化する		
(a) テスト問題を検討するために倍数を拡張する		
(b) バンド隊問題の制約を説明する		
(c) 貝殻問題の追加要素を説明する		
(d) 貝殻問題の余りがある追加の約数を説明する		

□エラーデータ

- Table 3 に基づくエラーのコーディング
 - 8 名のプロトコル被験者より 13 例
 - 10 例がコード対象のエラー
- 各実験におけるエラー (→ Table 4)
 - 全ヒント条件でエラーの分布は類似傾向
 - 数値の入れ替えは困難ではない (Table 4 の 1)
 - 新しい要素の過程は極めて困難 (Table 4 の 2)
 - 3 は (解の条件が異なる) バンド隊問題が若干難しい
バンド隊の解を 25 とした被験者は 3 名/75+132 名のみ

Table 4: 実験 2 の問題における各エラーカテゴリに落ちた全適用エラーの割合

適用エラー	問題					M
	バンド隊		即売会	貝殻		
1. ソース問題の数値の入れ替え						
(b) + 誤った余り	0.0	(0.0)	2.7	11.3	(0.0)	2.8
2.1. 新しい要素の過程: ソースの適用に失敗						
(b) LCM / LCM+余り のみ	10.2	(10.8)	20.5	7.5	(19.0)	13.6
(c) 余りの加算に失敗	18.4	(10.8)	8.2	13.2	(14.3)	13.0
(d) 全関連情報…	4.1	(9.0)	8.2	7.5	(0.0)	4.0
合計	32.7	(21.6)	36.9	28.2	(33.3)	30.5
2.2. 新しい要素の過程: ソースを不適切に適用						
(a) 誤った LCM	8.2	(13.5)	38.4	28.3	(28.6)	23.4
(b) 間違った倍数	38.8	(24.3)	16.5	22.7	(14.3)	23.3
(c) 余りを減算	6.1	5.4	1.4	5.7	(23.8)	8.5
合計	53.1	(43.2)	56.3	56.7	(66.7)	55.2
3. 構造を保存した手続きの一般化						
(a) 不十分な倍数	10.2	(32.4)	4.1	3.8	(0.0)	10.1
(b) 範囲を忘れる	4.1	(2.7)	-	-	(-)	1.4
合計	14.3	(35.1)	4.1	3.8	(0.0)	11.5
適用を試みた被験者	65.2	(68.0)	71.2	74.2	(56.0)	66.9
エラーのあった被験者	45.3	(64.7)	68.1	46.9	(42.9)	53.6
成功	69.8	(52.9)	40.4	69.4	(69.1)	60.3

() 内は実験 1

General Discussion

- ここでのトピック
 - 類推的問題解決の要素プロセス
 - 転移におけるスキーマ導出の役割

- 転移と正確さの関係における時間圧力の影響
- 数学文章題における類推的問題解決の個人差

□類推的問題解決の写像・適用要素

- 転移における写像と適用の区別
 - 先行研究
 - 単一プロセス・写像成功 \equiv 転移成功
 - 本研究
 - 異なるプロセス（関係はある）
 - （解法に直接関わる）数値の写像の重要性
 → 写像は転移において重要だがそれだけで十分ではない
- 写像と適用の関係
 - 本研究の検証点
 - 数値写像は概念写像より適用に近い
 - 数値ヒント条件・数値写像課題が転移に貢献
 - プロトコルから数値に関する発話を多く確認
- 適用
 - 数値写像と適用は関係するが異なる
 - 数値を対応させるだけではない、数値ヒント条件も半数は適用失敗
 - 適用は困難なプロセス
 - エラーを多く伴い、写像とは異なるプロセス

□転移とスキーマ導出

- 汎用的なスキーマ
 - 類推的転移により導かれる [Anderson,Thompson 1989; Holyoak 1984,1985; Ross 1989b; Ross,Kennedy 1990] 等
 - 問題解決において重要 [Gick 1986; Medin,Ross 1989], 専門家の能力の基礎 [Chi,Feltovich,Glaser 1981; Schoenfeld,Herrmann 1982], 有益な情報を簡易に表現 [Chase,Simon 1973; Egan,Schwarz 1979]
 - 本研究における転移とスキーマ導出間の検討
 - スキーマの質と転移の関係, (類推と直接関係にない) 解の正確さのみとは関係なし
 → 類推的転移の最大成果はより抽象的なスキーマの導出

□転移と正確さの関係

- 複数解を持つ複雑な問題解決における転移の効果
 - 時間圧力下で測定・確認

□類推能力, 類推的問題解決, 熟達化

- 類推による数学文章題解決の個人差
 - 特殊な（数学の）熟達化の程度・一般的な類推能力
 - 数学能力のみ転移を予測, 類推能力は転移を予測せず
- 理論的説明
 - 専門的知識により本質を保存した解法の一般化が可能 [Novick 1988a]
- 類推能力が転移を予測できない理由
 - 類推テストは日常的な類推を測定 [Sperman 1923]
- 転移の要件
 - ソース領域の検索
 - 好パフォーマンスに求められる知識
 - 求められる写像の複雑さ
 - 適用の複雑さ
 → 本研究は (d) が最も重要と示唆

□本発見の方法論・教育指導への示唆

- 本研究の最も重要な示唆
 - 写像と適用は異なる
- 教育指導への示唆
 - 解法適用を直接教示する方法
 - 適用プロセスは生徒の能力を改良するメタな手続き

実験の問題

ソース：菜園問題

Renshaw 夫妻は新しい庭に菜園を配置する方法を計画していた。二人は買う苗の総数では意見があったが、苗の種類数は意見が合わなかった。夫は苗の種類は少しでいいから、一種類あたり 10 個の苗を欲しがった。妻はたくさんの種類の苗が欲しかったので、一種類あたりの苗の数を 4 個にしようと提案した。夫は、もし枯れる苗がいくつかあったら、一種類あたりの作物の数が少なくなるので、その提案をよく思わなかった。そこで、二人は一種類あたり 5 個の苗を買うことにした。その後、娘があと 2 つの苗を植える場所があることを指摘したが、それではどの種類の野菜の苗も同じ数にならない。そのため、彼女は一種類あたり 6 個の苗を買うことを提案した。みんながこの計画に満足した。このことから、Renshaw 夫妻は少なくともいくつの苗を買ったのだろうか？

解法)

作物の種類がいくつであろうと、最初に決めた苗の合計数は 10,4,5 の公倍数ということになる。つまり、最初の合計数は 20,40,60,80,... である。次に合計数を 2 増やしたので、合計数は 22,42,62,82,... である。苗の合計数は 6 で割り切れる数なので、6 で割り切れる最も小さい数は 42、これが答えである。

ターゲット：マーチバンド隊問題

West High School バンドのメンバーは、同窓会パレードの実施にあたって困っていた。最初、12 列で行進をしたが、最後尾の Andrew が 1 人になっていた。1 人しかいない列があつては見た目に良くないので、バンドの指揮者は困り、Andrew も嬉しくなかった。この問題を解決するため、指揮者は 8 縦列にしてみたが、やはり Andrew は 1 人になってしまった。3 列にしてみても、やはり Andrew は 1 人になってしまった。最終的に Andrew は全ての列を満たすため、5 列の行進を提案した。Andrew は正しかった。今度は全ての列が満たされ、Andrew は 1 人にならなかった。演奏者が 45 人以上 200 人以下だとしたら、West High School バンドのメンバーは何人だろうか？

ターゲット：手作り菓子即売会問題（実験 2）

Elena は手作り菓子即売会のためにクッキーを袋詰めしていた。彼女はクッキーを数日前に焼いて、昨日いくらかを事務所に持って行った。彼女は何枚残っているかを正確に知らなかったので、どの袋にも同じ枚数のクッキーを入れるように注意しながら、クッキーを袋に入れ始めた。最初、1 袋に 16 枚のクッキーを入れたが、最後の袋には 6 枚しか残らなかった。そこで彼女は袋から全て出してやり直し、1 袋に 14 枚のクッキーを入れた。しかし、また最後の袋が 6 枚になってしまった。3 度目の試みでは、Elena は 8 枚のクッキーを 1 袋に入れたが、また最後の袋が 6 枚になってしまった。すると電話が鳴り、彼女の友達 Cindy からだった。Elena のジレンマを聞いたあと、Cindy は 1 袋に 9 枚のクッキーを入れることを提案した。ほらごらん、最後の袋も 9 枚になった。Elena は Cindy にお礼を言って、袋をビニタイで結んで即売会に出した。Elena が即売会に持っていったクッキーの最小の数は何枚か？

一般化：貝殻問題

Samantha の母は彼女に、何枚の貝殻を集めたのかたずねた。Samantha は正確には分からないがたくさんで、80 から 550 の間と言った。そして、彼女は 7 枚ずつに分けると余りなく数えることができた。しかし、3 枚ずつ数えたら、1 枚が残った。5 枚、6 枚、9 枚、10 枚ずつ数えるともっと悪く、4 枚が残った。Samantha の母は彼女が何枚の貝殻を集めたのかを即座に教えた。Samantha の母が言った数はいくつか？

実験で使用した写像ヒント

概念写像ヒント

菜園問題はこの問題と似ていることを思い出して下さい。特に、この目標はバンドのメンバーを列または縦列に、全列同じ人数になり、残る人がいないように並べることです。これは、どの種類の苗も同じ数になるように異なる苗を分ける菜園問題の目標と似ています。菜園問題で Renshaw さんが遭遇した一番困難なことは、菜園に余分なスペースがあったので、最後に菜園にいくつの苗を決めるか見積もることでした。バンド隊問題も似たような困難なことがあり、ここでは、指揮者が決めた隊列では同じ数の人が余ってしまった。要約すると、【この 2 つの問題は、オブジェクトをグループに分けるものです。】【2 つの問題でグループ分けされるオブジェクトなので、】バンドのメンバーと苗は似ています。【2 つの問題でのグループなので、】バンドのメンバーの列と縦列と苗の種類は似ています。最後に、【2 つの問題での各グループのオブジェクトの数なので、】バンドのメンバーの 1 列あたりの人数と 1 種類の苗の数は似ています。

数字写像ヒント

菜園問題はこの問題と似ていることを思い出して下さい。特に、【2つの問題で、同じ数の余りが出る約数なので、】バンド隊問題の $12 \cdot 8 \cdot 3$ は菜園問題の $10 \cdot 4 \cdot 5$ と似ています。同じように、【2つの問題での余りの数なので、】この問題の1と菜園問題の2は似ています。最後に、【2つの問題で余りが出ない約数なので、】この問題の5と菜園問題の6は似ています。