

The effects of metacognitive training versus worked-out examples on students' mathematical reasoning

Zemira R. Mevarech and Bracha Kramarski

Introduction

Worked-out example

- 一般的な教育方法
 - 教師や教科書の例
 - Worked-out example に非常に近い問題の問題解決能力を促進(e.g., Carrol, 1994; Chi & Bassok, 1989..)
- 協同場面でも広く使用
 - 少人数のグループのインタラクションの促進に有効な方法
 - (1) 自分自身で Worked-out example を理解しようとし、その後理解していない人に説明
 - (2) 協同で Worked-out example を解くことにより、認知的葛藤の解決
 - 学習の認知理論
 - ✧ 説明による理解の促進 (Wittrock, 1986)
 - ✧ 説明の材料として Worked-out example を使用(Chi & Bassok, 1989)
- Worked-out example における知識獲得を促進する要因
 - Self-explanation(Chi & Bassok, 1989; Renkl, 1997)
 - ✧ 高成績者は活発な自己説明
 - ✧ 先行知識と関連付けようとしていた

また、問題の推敲、解法のプロセスのリフレクション、先行知識と新しい知識の関係の構築などを促進するような少人数のグループ環境の必要性が指摘されている

関連研究

- Cobb ら (1997)
 - リフレクティブな対話と概念発達の強い関係を示す
- King(1991,1994), Schoenfeld(1985)
 - メタ認知的な質問、回答のトレーニングの優位性
- Mevarech (1997)
 - 数学学習のための多次元の教育手法をデザイン
 - ✧ IMPROVE : Introducing new concept, Metacognitive questioning, Practicing, Reviewing, Obtaining mastery on lower and higher cognitive process, Verification, and Enrichment

これらの研究結果は素晴らしいものであるが疑問がある

- (a) 特に低学習者に対して、メタ認知的なトレーニング (MT) あるいは、Worked-out example (WE) が埋め込まれた協同の学習環境にどのような効果があるのか？
- (b) それら 2 つの手法の長期に渡る効果はどのようなものなのか？

本研究では、これら 2 つの疑問に対するデザインを取る

第一ステージ：MT, WE を埋め込んだ協同環境での学習

第二ステージ：第一ステージの一年後に再試験を実施

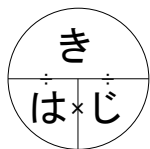
Method

Participants

参加者：イスラエルの 8 年生 122 名 (平均年齢 14.12 歳)

- ・ WE52 名, MT70 名にランダムに振り分け
 - ・ この内 8 グループ (32 名) のプロセスを記録 (内 WE3 組, MT5 組)
- (1 年後 9 年生になった参加者 (平均年齢 15.14 歳) を対象に 8 年生で行ったものと同様のテストを実地)

Treatment



対象：速さ・時間・距離

期間：約 4 週間のユニット

理由：イスラエルの 8 年生で一般的に教えられており、知識だけでなく複数の表象を使用することが推奨されているため

(複数の表象例. シンボリック：速さ・時間・距離の公式 (距離 = 速さ × 時間), 言語：動く物体のストーリー, グラフなど)

全体共通の手続き

- ・ 協同, 同時間, 同じ教科書での学習
- ・ 全く同一の問題を解き, 教師も全く同じ解き方を示す

各授業の流れ

- ・ 教師が, 質問・回答方式でクラス全体に新しい概念を示す (10 分)
- ・ 低, 中, 高成績者からなる小グループに分かれ活動 (成績はプレテストの結果に基づいている) (30 分)
 - 一つのグループに対し概ね 10~15 分教師が参加し必要に応じてサポート(このグループ活動の中に WE または MT が埋め込まれている)
- ・ 終わりに多くのグループにとって難しいであろう問題を教師が解き, 生徒の質問を受ける (10 分)

WE, MT の違い

- ・ 4 問の同一の練習問題が与えられ, その後の学習素材における差
 - WE 条件
 - ◇ 解法のプロセス及びに説明が記載されている

◇ 練習問題を参照にしながら、解放のステップと説明に添い問題を解く

➤ MT 条件

◇ IMPROVE(Mevarech & Kramarski, 1997)に基づいたメタ認知的質問が記載

◇ メタ認知的活動が埋め込まれており、それらに答えながら問題を解く

※問題は同一であるが、解かせ方が異なっている

Learning materials

2 セットの学習素材を筆者と参加した教師により作成（上記：WE, MT 違い）

同一の問題であるが、WE 条件は練習問題を参照し、ステップに添って解く形、MT 条件はメタ認知的質問により問題を解く形となっている。（具体例：Appendix B）

両条件に参加したすべての教師は 10 年以上の経験を持ち、通常の授業においても協同環境を使用するものであり、実験目的は伏せる形で行われた

Procedure

- ・ プレテスト
- ・ WE, MT 条件に分かれての学習
- ・ ポストテスト
- ・ 8 組の問題解決活動の記録
- ・ 1 年後再度ポストテスト

Measurements

測定方法として、プレ/ポストテスト、ビデオで撮影されたグループ活動を使用する

Pretest

Mevarech and Kramarski(1997)で使用された 32 問の代数の問題を使用

内容：数値計算，変数と式，式の置き換え，一次方程式など

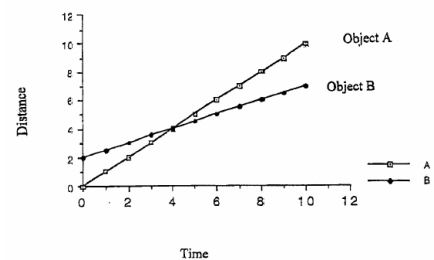
形式：選択肢式，筆記式，最終解法を示された問題を筆記で解法を説明

採点方法：正解に 1 点，不正解 0 点の 32 点満点

Post-test

速さ-時間-距離の問題を筆者と全ての参加教師にて作成

- ・ 8 問の自由記述問題
 - 7 問：移動する物体に関する問題
 - 1 問：異なるスピードの 2 物体に関する時間-距離のグラフの解釈の問題
- ・ 全問題において、筆記による解と説明を求められる



採点方法

- ・ それぞれの問題に対して、正解 1 点、不正解 0 点
- ・ 解法（数式）、説明についても正確性から、完全に正しいものを 2 点、正しくないものを 0 点として採点

Videotape of group work

全クラスの授業が終わったのちに、ランダムに選出された 8 組（32 名）を対象にグループによる問題解決活動を記録（3 組が WE 条件、5 組が MT 条件）

グループ構成：各グループ低成績者 1 名、中成績者 2 名、高成績者 1 名の 4 名

セッション時間：40 分

内容：3 問の速さ・時間・距離の問題を協同で解く（時間の関係から 2 問を分析対象）

実際の問題

問題 A：時速 50km で車が走っています。450km 走るのにどれくらい時間がかかりますか？

あなたの答えを説明してください。

問題 B：Central Station から終点まで 2 台の電車が並んで走っています。電車 A は時速 60km、電車 B は時速 90km です。電車 B は Central Station を電車 A の一時間後に出発し、電車 A の一時間前に終点に到着します。駅間の距離はいくつですか？

あなたの答えを説明してください。

問題の違い：難易度、複雑さ

- ・ 問題 A：簡単な問題であり、速さ、時間、距離に関する知識のみで OK（距離＝速さ×時間で解ける）
- ・ 問題 B：複雑な問題であり、認知的葛藤や議論を必要とする問題
 - 電車 B は Central Station を電車 A の一時間後に出発し、電車 A の一時間前に終点に到着（この前後の部分で生徒がはまる）

Coding of group problem-solving behaviors

グループの問題解決行動：グループメンバー個人とグループ全体の活動の和

分析のフレームワーク：先行研究に基づく

- (1) 問題解決プロセスをエピソードに分割
- (2) 認知・メタ認知的活動に分類

エピソード：Schonefeld(1985)に基づく

- ・ 大きなタスクに取り組んでいる時間
 - 読み、理解、探索、解析、プランニング、解釈、確証、観察、off-task

認知-メタ認知的活動：Garofalo（1985）に基づく

- ・ 認知的活動
 - Garofalo：行うこと
 - 本研究：情報処理プロセス
 - ◇ 読み，書き，計算，式・表の作成など
- ・ メタ認知的活動
 - Garofalo：行うことを選択，プランニング，モニタリング
 - 本研究：コントロール，モニタリング，リフレクティブな活動
 - ◇ 問題の理解
 - 何が求められているのか？ 問題はなんだ？
 - ◇ 問題の解析
 - 前の問題とこの問題の関係は？ もし... だとしたらどうなるんだ？
 - ◇ プランニング
 - 時間を x としよう．表を書けば簡単だ．
 - ◇ 解法の確認
 - これは納得がいかない

これに加え，数学的な対話の質という観点から，次の3つの観点を追加

- ・ 協調的活動のレベル
 - 1（全く協同していない，個人で活動している）～4（4人で協同している）で採点
- ・ 認知的対話のレベル
 - 1（非常に低度）～5（非常に高度）で採点
- ・ メタ認知的対話のレベル
 - 1（非常に低度）～5（非常に高度）で採点

認知的対話のレベル

- ・ 高度：例，論理的な議論，複数の表象などによる十分な説明
- ・ 低度：何も考えずにいきなり解に到達

メタ認知的対話のレベル

- ・ 高度：解法のプロセスのコントロール，モニタリング
 - 例．これはだめだ，なぜなら...，1秒，これは正しくない，なぜなら...
- ・ 低度：最終的なステートメントのみの提示
 - 例．つまった...（難しさの解析を試みていない）

コーディング：2名の教育学専攻の大学生が実施

コーダと著者との一致率

協同のレベル：約90%，認知・メタ認知的ステートメント：約80%，認知・メタ認知的活動の質：約85%.

非一致点については話合いで決定

Results

Immediate achievement outcomes

一つ目のリサーチクエスション：metacognitive training versus worked-out examples

プレ/ポストテスト結果：表 1

プレテスト結果：2（条件：MT vs. WE）×2（先行知識：（平均より）高 vs. 低）の分散分析

- ・ 条件の主効果及びに、交互作用なし（条件： $F(1,118) < 1.00, p > .05$, 交互作用： $F(1,118)=1.00, p > .05$ ）
- ・ 先行知識の主効果($F(1,118)=181.05, p < .001$)

→プレテストにおいて条件間に差はなし（高成績者>低成績者）

Immediate ポストテストの結果：2（条件：MT vs. WE）×2（先行知識：（平均より）高 vs. 低）の分散分析

- ・ 条件，先行知識の主効果あり（条件： $F(1,118)=3.98, p < .05$, 先行知識： $F(1,118)=48.08, p < .001$ ）
- ・ 交互作用なし（交互作用： $F(1,118)=2.21, p > .05$ ）

→MT 条件の方が WE 条件より高成績で，特に低成績者において効果が大きい（MT の高成績者 $ESs(\text{effect size})=.14$ 低成績者 $ESs=.51$ ）

（補足）

Effect size とは…処理群と対照群の差を標準化したものである．メタ分析で使われ，試行数によらずに結果の強さを比較する指標．

目安の表 (<http://home.hiroshima-u.ac.jp/nittono/QA.html> より抜粋)

Table. 効果量の主な指標とその大きさの目安(Cohen, 1988 から抜粋).

指標	効果量の目安			説明できる変動の割合 (効果/[効果+誤差])			
	小	中	大	小	中	大	
2変量の積率相関	r	0.10	0.30	0.50	1%	9%	25%
t検定	d	0.20	0.50	0.80	1%	6%	14%
分散分析	f	0.10	0.25	0.40	1%	6%	14%
多変量分散分析	f^2	0.02	0.15	0.35	2%	13%	26%

注意: r (の絶対値)は1を超えないが, d や f, f^2 は1を超えることもある.

数学的思考の更なる分析として以下の3つの観点进行分析

- (1) 筆記による説明
- (2) 代数的表現
- (3) 代数的解法

結果：表 1

- ・ (1)~(3)全てにおいて条件の主効果 ($p < .05$)
- ・ (1)~(3)全てにおいて先行知識の主効果，交互作用なし($p > .05$)

- ・ 低成績者, 高成績者ともに : $MT > WE$ (低成績者 : $ESs=(1)\sim(3)$ の順で .57, .51, .54; 高成績者 $ESs=(1)\sim(3)$ の順で .56, .65, .60)

Group problem solving behaviors

ビデオテープにより撮影された問題解決活動の結果 : 表 2

2 (条件:WE,MT) \times 2 (問題タイプ:Task A, Task B) の χ^2 検定の結果

- ・ 有意差あり
 - ステートメントの全体数($p < .001$)
 - メタ認知ステートメント数($p < .001$)
- ・ 有意差なし
 - 認知ステートメント数($p > .05$)

表 2 の結果から (タスク内での分析)

- ・ それぞれのタスク間で WE-MT 間で大きな差が見られるが...
 - 簡単なタスク (Task A) : WE 条件においてステートメント数が多いが, metacognitive behavior のみ有意傾向($U=2, p < .07$)
 - 難しいタスク (Task B) : MT 条件においてステートメント数が多いが, metacognitive behavior, cooperative behavior でのみ有意傾向($U=2, p < .07$; $U=4, p < 0.95$)

→さらなる分析 (発話内容) に

TaskB における MT 条件の発話例



Elad: (問題を声に出して読む) 速さ, 時間, 距離の表を作ろう. 表を 2 つのパーツに分けて, 電車 A... 電車 A は時速 60km... (みんな書き込む); 時間は分からない. これを x . 一時間後, 電車 B の時速は 90km, 時間は分からない, $x-1(?)$... う〜ん... 一時間後... $90(x-1)=90x-90$... 一時間後, $x-1?$

Miki:一時間を足して一緒にしないと (式を立てる)

Avi:時間を一緒にしないといけない... なんだね?

Kfir:どうやってとくんだ? ここでなにかたりないぞ, 時間は与えられている.

Avi:2 つの列車は同じ距離を走っている... でも電車 B は一時間前^きに到着している....

Kfir:分かった. 時間は 2 だ. 2 時間引かないといけないんだ.

Miki:なんで?

Kfir:そうだ. 2 時間引かないといけないんだ. (正しい式を書き $[60x = 90(x-2)]$ それを解く)... x は 6 だ. だから, 時間は 4 と 6. チェックしよう. 距離は 90×4 で 360km だ.

Kfir:ふう. ややこしいねえ. 一時間後に出発し一時間前^きに到着するんだもんね.

この例 : 他のグループと同様に, キーワード (例. “後”) の数学的意味の困難さを示す (後 = +1, 前 = -1 というわけではない)

まとめると

Elad: “一時間後”を(正しく)“ $x-1$ ”とする

Miki: 間違っ、て、“後”は+1だと主張

Kfir: 初めは時間が与えられていると間違っていたが、Aviにより電車Bが一時間前に出発し、一時間後に着く事に気づく。そして解法を振り返り、問題の困難さに気づく。

一方、WE条件の例。

Asaf: (問題を読む) OK, 始めに図を書いてと... (皆ノートに書く)... AとBを忘れずに... 表を作って(個人個人で表を作る)... 電車Aの時間を見つけよう。

Adi: 始めに速度, 次に時間。

Avivit: 時間が分からない。これが変数だ。

Asaf: 問題に戻ってみよう... 電車Aの一時間後...

Avivit: $x+1$

Asaf: 順番に行こう... 午前7時にスタートしたとし

Avivit: 難しくないよ。 $x+1$ だ。

Asaf: そっか, $60x=90(x+1)$...

この例: 間違い。一時間後を加えるとしてしまっており、かつ一時間前ということを忘れている

WE条件はMT条件とかなり異なる

- ・ 表を作り、埋めて、式を立てるという Worked-out example の手続きが明確になっている
- ・ 現実の例から考えようとしている (Asaf) が、Avivit に止められる

グループによる問題解決活動の解析から Task B は問題に対する対話がなければ解けないことが分かり、特に、MT条件では、積極的にリフレクティブな対話が行われること、全体におけるリフレクションが観察された。

リフレクティブな対話の例 (MT条件)

Michal: この問題 (B) は難しい (A より)... 距離を書いて... 線を引いて A と B を書いて。電車 A が時速 60km で、一時間後に電車 B が時速 90km で出発。これは、電車 B が A を追い越して、一時間前に着くということだ... OK, 規則が分かったよ

Itzik: $2x$?

Michal: 電車 B は一時間後に出発するって言っているよね? だから、1時間足すんじゃなくて引かないといけないんだよ。だから $x-1$...

一方 WE条件はアルゴリズムに焦点を当てる

Anat: OK, まず表を書こう。速度 A と速度 B を書いて、さあ時間を見よう。

結果: MT条件はリフレクティブな対話、全体におけるリフレクションを行っている

Delayed achievement outcomes

二つ目のリサーチクエスト：metacognitive training, worked-out examples の長期的な効果
一年後 9 年生になった生徒にポストテストと同様のテストを実施：表 3

(ただし、学校の方針からテストは匿名で行われたために条件と先行知識の関係は測定できなかった)

分散分析の結果

ポストテストの成績，言語説明において $MT > WE$ ($p < .05$)

Discussion

The role of mathematical discourse under WE and MT conditions

数学的な対話は数学の知識を向上させるか？

4 つの相互関係する役割があるだろう

- (1) 問題の再読
- (2) 認知的葛藤の生起と解決法の対話
- (3) 協同解決の場の提供
- (4) 特に MT 条件においてリフレクティブな対話を促進

WE 条件と MT 条件の効果の差は 1 年後でも観察され，落ちは MT の方が少なかった

落ちの一つの原因は単純に忘れたためであり，MT の方が落ちが少なかったことには 2 つの可能性

- (1) WE 条件よりもより理解をしており，保持されていた
- (2) 問題を解くのに有効な“ツール”を獲得していた

The role of problem-solving strategies

両条件の生徒は，どの程度速さ・時間・距離の基本的な問題を克服していたのだろうか？

問題解決過程の質的な分析によると

速さ・時間・距離の基本的な問題：キーワードの変換

(例. ～後，ならば加える＝一時間後ならば $x + 1$)

Worked-out example は例において明確にその問題がない限り，この問題に打ち勝つことはできないし，解法に対するチェックがほとんど行われないために，間違いに気づかない

対照的に MT 条件は解法のリフレクションにより，解法のチェックが可能

The role of task: Doing mathematics

タスクにより生徒の数学的な対話に変化が表れるだろうか？ ‘doing mathematics’ は WE と MT でどの程度異なるのだろうか？

グループの問題解決過程の分析によると問題が重要な役割を果たす

簡単な問題 (Task A) : 公式に焦点を当てた短い対話

難しい問題 (Task B) : 数学的な葛藤を生み、長い対話、リッチな数学的コミュニケーション

‘doing mathematics’ においては、両条件で異なる様子が見られた

WE 条件 : すでにあるアルゴリズムの適用に焦点

- 利用可能なアルゴリズム、公式、方略を適用するように発達

MT 条件 : リフレクション、コントロール、モニタリングに焦点

- アクティブなメタ認知的活動

アプローチにより、問題解決プロセス、‘do mathematics’、教育効果に差が見られる

The role of prior knowledge

それぞれの条件において、高成績者、低成績者にどのような効果があったのか？

低成績者 : $MT > WE$

高成績者 : $MT = WE$

この結果は先行研究の結果に一致 (Mevarech, 1999, Chi & Bassok, 1989)

→ Self-explanation, 先行知識とのアクティブな関連付けによる効果

メタ認知的なトレーニングは特に低成績者に有効である

Conclusion

本研究におけるいくつかの示唆

- ・ 簡単なタスクの時には両条件ともに低いレベルの対話
 - 手続き的でなく、高い認知レベル、多くの情報の統合、一つ以上の解を持つタスクの重要性
- ・ 協同環境
 - 本研究は小グループ、より複雑な環境、ジグソーなどによる検討が必要
- ・ 低成績者において $MT > WE$
 - 観察、インタビュー等より細かい分析が必要
- ・ 学習プロセスと学習効果に焦点
 - 他にもたくさんの変数があり future work

Appendix B

An example of the learning materials used under each condition

The task: Two tourist cars travelled from Park Hotel to the Central station on parallel roads. Car A travelled 40 km/h and car B 50 km/h. Car B left the Park Hotel ½ hour after car A. What is the distance between the two places?

MT treatment:	WE treatment:
Discuss the problem with the others in your group. Use the following questions: What is the problem/task about? (Comprehension question):	Discuss the problem with the others in your group. Look at the worked-out examples and solve the problem at hand accordingly. Use the following formula to solve distance speed problems: $D = VT$
Which strategy/principle is appropriate for solving/addressing the problem/task? (Strategic question).	
How is this problem/task different from what you have already solved? (Connection question).	
What were the difficulties you felt during the solution process? (Reflection question)	

Table 1. Mean scores and standard deviations on the pretest and post-test measures by treatment and level of prior knowledge

		Worked-out Examples		Metacognitive Training	
		Lower Ach. N = 27	Higher Ach. N = 25	Lower Ach. N = 35	Higher Ach. N = 35
Pretest	M	66.19	92.88	64.48	92.43
	SD	(17.06)	(4.50)	(12.89)	(4.34)
Immediate Post-test (Total Score)	M	58.88	85.56	69.91	87.17
	SD	(21.53)	(11.50)	(19.36)	(14.69)
Verbal Explanations	M	5.20	7.12	7.60	9.85
	SD	(4.20)	(4.90)	(4.04)	(4.70)
Algebraic Representations	M	6.00	5.24	8.31	8.54
	SD	(4.50)	(5.09)	(4.14)	(4.92)
Algebraic Solution	M	5.29	6.16	8.03	9.60
	SD	(5.12)	(5.69)	(4.63)	(5.40)

Table 2. Mean scores and standard deviations of students' behaviours in small groups by task and treatment

		Task A		Task B	
		WE 3 teams	MT 5 teams	WE 3 teams	MT 5 teams
Overall Number of Statements	M	7.66	5.40	17.33	32.20
	SD	(3.51)	(1.50)	(15.30)	(15.71)
Cognitive Statements	M	4.66	4.80	6.01	10.81
	SD	(2.08)	(1.32)	(3.00)	(5.82)
Metacognitive Statements	M	3.00	.60	11.33	21.40
	SD	(1.73)	(1.36)	(12.30)	(11.21)
Quality of Cognitive Discourse	M	2.66	2.40	2.33	3.20
	SD	(.57)	(1.45)	(.57)	(1.50)
Quality of Metacognitive Discourse	M	2.30	.80	2.33	3.40
	SD	(1.52)	(.86)	(1.52)	(1.90)
Level of Cooperative Behaviour	M	3.00	2.30	3.01	3.62
	SD	(0.00)	(1.13)	(1.73)	(.70)

Table 3. Mean scores and standard deviations on the immediate and delayed post-test by treatment

		WE	MT
		N = 52	N = 70
<i>Immediate Post-test</i>			
Total	M	72.22	78.54
	SD	(21.89)	(19.14)
Verbal Explanations	M	6.16	8.73
	SD	(4.61)	(4.50)
Algebraic Representations	M	5.62	8.43
	SD	(4.76)	(4.51)
Algebraic Solution	M	5.72	8.81
	SD	(5.36)	(5.06)
<i>Delayed Post-test</i>			
Total	M	68.51	76.01
	SD	(28.67)	(23.23)
Verbal Explanations	M	10.03	11.77
	SD	(4.37)	(4.30)
Algebraic Representations	M	6.47	6.83
	SD	(2.16)	(2.58)
Algebraic Solution	M	9.73	10.20
	SD	(4.10)	(2.15)

認知的葛藤とは、学習者が自分の予想・期待に反する結果や対立する考えを認識し、その差を解消すべきものと考えたときに生起するものである。つまり、「知識を構成・修正することによって、秩序を回復すべき」と学習者が認識している状態が、認知的葛藤が生起した状態である。