

Learning Preproof Geometry with LOGO

COGNITION AND INSTRUCTION, 1989,6(2). 159-184.

Richard Lehrer, Lynn Randle, and Leonard Sencilio

University of Wisconsin-Madison

以前に LOGO の学習を経験した 34 名の 4 年生が、数学の能力によって、2 条件の幾何学教育にランダムに振り分けられた。

両条件の子どもたちは、証明前の幾何学概念である直線、角度、四角形について、inquiry-based の説明と、同一の宣言的説明を受けた。

一番目の条件では、幾何学概念の手続き的な説明を、従来の分度器や定規のようなツールを使用して行い。二番目の条件では、LOGO の修正版を利用した手続き的な説明を行った。

教示後子どもたちは、態度や、知識の獲得、知識の応用、そして知識の組織化の測定のために返答した。知識の組織化の測定から、いくつかの概念説明における相違が、教示と関連していることが示唆された。従来の条件に参加した子どもたちは、対象の表面的な特徴に着目する傾向が強かった。

両教示条件で違いがなかったのは、態度と、知識獲得だった。

しかし、LOGO を用いた子どもたちは、学んだことを、より適用することができた。

類似した結果は、10 から 16 週間の間隔をおいたポストテストでも得られた。

この結果は、子どもたちの証明以前の幾何学概念の手続き的な説明を精緻化するのに、LOGO が効果的であることを示唆している。

-
- ・幾何学の学習を改善するための議論。
 - ・幾何学の教示と学習に関する現在の関心の多くは、教示効果を高める革新的なソフトウェア環境デザイン (e.g., Anderson, Boyle, & Reiser, 1985)
 - ・LOGO プログラミング言語による "turtle geometry" という概念が、幾何学的な概念をより身近にし、特に子どもたちに効果的である。(Abelson & diSessa, 1980)
 - ・たとえば、turtle の回転運動による角度表現によって、子どもたちは、360 度が意味のある最も大きな角度であることなどに気づく。(Papert, 1980; Papert, Watt, diSessa, & Weir, 1979)
 - ・いくつかの幾何学的な概念について、LOGO を用いた学習によって (用いない場合よりも) より精緻化した概念発達。(Kieran, 1985; Lehrer, Guckenberger, & Sencilio, 1988; Noss, 1987)

 - ・幾何学的な考え方に関する LOGO の効果は、表現をまた別の解釈ができるという並列性 (juxtaposition) にある。(Dickson, 1985)
 - ・たとえば、"(turtle の経路が)どのように見えるか"、"(turtle の経路を定義するプログラムが)どのように組み合わせられているか"。
 - ・私たちの研究では、生徒の幾何学理解に関する LOGO の効果をより正確に説明するために、概念の宣言的説明と手続き的説明の区別をする。

DECLARATIVE SPECIFICATIONS

- ・概念の宣言的な説明は、概念の特徴の明示的な表現に依存する。
- ・例えば平行四辺形は、2組の対辺が平行な四角形と明確に定義される。
- ・この説明形式は、コンパクトで、正確、修正が簡単であるという利点を持つ。
- ・しかし、熟慮すべき問題を解決するときには、宣言的説明を手続き的なものに変換したり、特定の事例を構成する必要があるかもしれない。

PROCEDURAL SPECIFICATIONS

- ・概念の手続き的な説明は、どのようにその概念を特定し、構成するのかを示すもの。
- ・例えば、平行四辺形は、LOGO の手続き（プログラム）では、turtle-state のオペレータの系列によって表現できる。
- ・利点は、(a)不正確なものや矛盾したものを回避することができ、(b)ある構成物を認識したり見本を構成するのに役立つ実用的な説明であること。
- ・しかし、より一般的な特徴を犠牲にして、概念を定義する特定のアクションの詳細に焦点をあてていることは、潜在的な欠点となるかもしれない。

LOGO AND PROCEDURAL SPECIFICATIONS OF GEOMETRY CONCEPTS

- ・LOGO は、幾何概念を手続き的に明確化する。その利点は以下のようなものである。
 1. ある図は、turtle の状態間の推移として定義されるかもしれない。この turtle 経路は、図の概観や輪郭を重視することなく、図を説明する。
"それがどのように見えるか"は、"それがどのように動くか"ということによって補強される。
 2. 図を手続き的に定義するためには、概念の明確化に必要なオペレータを分類することによって、表現を形成する必要がある。それゆえ、手続き的構成は、リフレクションや選択を必要とする。例えば、正多角形の潜在的な定義は、方向転換(e.g., 右ならば, **RT**)や turtle を動かすこと(e.g., 前進, **FD**)、そしてそれらの繰り返し (**REPEAT <number> (FD <side> RT 360 / <number>**) を含む。
子どもたちは、正多角形を定義する際に、等角であることは意識するが、辺の長さを意識しない場合がある。
その結果、turtle の経路は、正多角形にならず、子どものオペレーションの選択についてリフレクションを促す。
 3. 手続き的な定義をすることは、異なる幾何学概念間の包含関係について考えることを促す。
たとえば、長方形を定義するとき、正方形の事例を採用するかもしれない、このとき、"全ての正方形は長方形だが、長方形の全てが正方形というわけではない"という命題に気づく。
 4. 利用によって、さまざまな概念の生成が促進される。

例えば、正方形には、潜在的にさまざまな手続き的定義が存在し、それぞれが正方形の新しい事例を生成する。

5.

LOGO は、あるアクションのコンパクトな定義を与える。

例えば生徒が従来の紙と鉛筆を用いて正方形の概念構成をする場合、数多くのステップが必要でありそれを減らすのは簡単ではない、そして、その理論的根拠もそれほど明確でない。

しかし、LOGO の文法はシンプルで、(REPEAT 4 [FD <length> RT 90])によって正方形が定義される。

多くの認知モデル(e.g., Anderson, 1983)において、処理能力には限界が与えられている、このような簡単さは、必要な Working-memory 量を減らすだろう。

・ LOGO プログラムは、幾何学的概念に関して、調査やテストそして熟考をするための具体的な手段を与えてくれるので、LOGO の利用によって、楽に、幾何学的な知識を一致させることができると予測した。

・ そして、宣言的な幾何学知識（鋭角三角形の角度は 90 度よりも小さい等）は、両条件で変わらないと考え、その知識の応用において異なる結果が得られると考えた。

METHOD

Children

32 名の 4 年生（男子 17 名、女子 15 名）が被験者。平均年齢は 9 歳 9 ヶ月。

全員が、LOGO を用いた学習を経験済み（手続きを定義したり、適切に利用できる）。

Experimental Design

数学の基礎的なスキルを測定するテスト（ITBS, Iowa-Test-of-Basic-Skills）によって、16 名の高成績群と 16 名の低成績群に分け、LOGO を用いる群と、従来の教示を行う群に無作為に配置。

Apparatus

Apple LOGOII が、大部屋にある 4 台の Apple IIe コンピュータにインストールされた。

基本的な LOGO に、turtle のマイクロワールドにおける初期関数を強化したもの。（例えば角度や直線等）

Procedure

- ・ 生徒は、小グループごとに、1 週あたり 3 回、6 週間かけて計 17 回の 30 分の教示を受けた。
- ・ 4 名の教示者がバイアスを統制するために、各グループ間を持ち回り制で担当した。
- ・ 宣言的知識の教示や説明は、それぞれのレッスンの最初の 15 分で行い、手続き的知識は残りの 15 分で行った。
- ・ 宣言的な説明の構成は両実験条件で同一のものをを用いたが、手続き的な知識は両条件によって異なった。

- ・片方は、LOGO を用い、もう片方は、従来の鉛筆や定規、分度器を用いた。
- ・ある授業における目標は、長方形と正方形を生成する方法を比較して、包含関係に気づくこと。
- ・LOGO グループでは、LOGO の手続きを比較し、従来のグループでは、長方形や正方形を描くステップの構成を比較して、この目的を達成した。
- ・最後のレッスンで、子どもたちの知識や、幾何学概念を利用する能力など、8 つの測度で測定した。
- ・そして、幾何学に対する態度を測定したり、幾何学知識の組織化の程度を見るために（正方形や、長方形、平行四辺形などの図を用いた）sorting task を行った。

Summary of Instruction

両条件で inquiry-based な教示を採用した。各レッスンの目標は両条件で同じで。

1 回目：交差と平行。2 回目：多角形...等

- Declarative specification.

最初に、黒板にさまざまな四角形を提示し、子どもたちに、それらを分類するように指示。

子どもたちは 4 つの角や 4 つの辺で分類。

教示者は予想を聞き出す。「それらは多角形かな？」

子どもたちは、以前の授業で聞いた多角形の特徴と比較しながら結論を出す。

....

次に、子どもたちは尋ねられる。「長方形は四角形かな？」そして、長方形の例が出される。

子どもたちは四角形の特徴を上げながら返事をする。

教示者「長方形について他に気づいたことはないかな？」

子供たち「4 つの角が 90 度である」「対辺が平行」「対辺の長さが同じ」

....

- Procedural specification.

・従来の条件では、鉛筆や定規、分度器などを用いて、正方形や長方形の事例を描いた。

・ここでの質問(inquiry)は、子どもたちの理解を助けるために、正方形や長方形の概念を定義したアクションはどのように構成されているかに集中した。

・「どのようにすれば両側の角度を 90 度にできるかな?」「4 辺が全て同じ長さにするなら、それは正方形ではないかな? やってみよう。」

・LOGO 条件では、正方形や長方形の事例を構成するために、LOGO の手続きを採用した。

・そして子どもたちに、LOGO の語彙を用いて尋ねる。

・「なぜ毎回 90 度回転させるのかな?なぜ、それより大きかったり、小さかったりしたらだめなのかな?」

・「ここ（前進する距離の欄）に数字を入れたらどのようになるかな?」「LT(LeftTurn) 45 と最初に入れたとしてもそれは正方形かな?」

- ・ LOGO 条件では，包含関係に気づきやすい．
- ・ 例えば，turtle の経路の比較によって，「正方形は全て長方形だけど，長方形の全てが正方形とはかぎらない」などの発話を得られた．

Measures

子どもたちの(a)幾何学に関する態度，(b)幾何学の知識，(c)知識の組織化について測定した．

- *Attitude.*

以前に調査した数学に関する態度 (Lehrer, Guckenberger, & Sancilio, 1988) を修正したものを利用．

13 の質問に関して 5 段階尺度で測定．例えば，「幾何学は無駄である」「私はもっと幾何学をやらないといけない」等．

ネガティブな質問の場合は，回答値を反転させ，ポジティブな態度ほど高い値をとるようにした．

- *Angle identification.*

鋭角，鈍角，直線，直角の 4 つのアイテムを分類できるかどうかの調査．

いろいろな角度が提示され，それがどのカテゴリに分類できるか尋ねられる．

正答，誤答により得点付けされて，最高でも 5 点．

- *Angle estimation.*

18 のアイテムが用いられ，それらは異なる 9 つの角度 (それぞれ 2 つずつ) がどのような角度かを見積もる問題．

例えば 10 度の角度ならば，答えが 5 度から 25 度ならば正解とする．最高で 18 点．

- *Identifying polygons.*

さまざまな正多角形の名前を答える．例えば，正六角形や正方形．

7 つのアイテムがあり，最高で 7 点．

- *Common properties.*

基本的な幾何学的特徴を認識しているかどうかを調査するために，14 のアイテムを利用．

例えば，平行線や，2 本の交わる線や，補角 (supplementary angle) 等．

ある事例を見せて，これが平行線かどうかを判断しなさいと尋ねられる．最高でも 14 点．

- *Relationships among figures.*

9 つの図 (ほとんどは平行四辺形) の間の関係やその特徴について，記憶の調査．

例えば，4 つの命題で真であることを判断する．「全ての長方形は平行四辺形である」等．

最高で 9 点．

- *Ordered relations among parallelograms.*

教示で得た知識を応用して、新しい知識を生み出す能力を測定するための調査。

正方形や長方形平行四辺形に、ひし形など、15 の四角形が 1 枚の紙で提示され、包含関係が尋ねられる。

例えば、正方形は、長方形であり、ひし形であり、そしてまた平行四辺形である。

点数は、正しいラベルならば 1 点で、誤っていたら 2 点減点するという手続き (Burger, & Shaughnessy, 1986)。

最高で 21 点、最低で 0 点。

- *Necessary and sufficient properties.*

二番目の応用タスクである "What's My Shape?" は、形を決定する必要 / 十分な条件を生徒が理解しているかを効果的に調査できるゲーム。

順に手がかり (clues) を出していき、そこからどのような図形かを推測する。

例えば、(a) 閉じた図形です。(b) 3 つの角を持ちます。(c) 3 本のまっすぐな辺を持ちます。と順に手がかりが出される。

答えは三角形だが、もし、1 番目の手がかりで三角形と答えたら 0 点である (この時点では、三角形であるとはいえないから)

2 番目の時点ならば 2 点である。(a)(b) 二つの手がかりは三角形を定義する必要十分条件だから)

最高で 13 点である。

- *Intersection.*

3 つのアイテムが共通部分を判断する課題に用いられた。

"What's Belongs?" によって、子どもたちの幾何学知識応用のスキルを測定した。(Figure. 1)

水平方向、あるいは鉛直方向で、共通する特徴を推測し、空欄に該当するオブジェクトを選択肢から選択する。

それぞれの問題から 0 から 4 点の間で点数をつける。(正しい選択肢で 3 点、それに関する正しい説明ができて +1 点。)

最高で 12 点。

- *Card-sorting task.*

22 個のさまざまな図を用いて、カテゴリ分けをする問題。(Figure. 2)

例えば、図 2 では、1 と 3 は、角を 4 つ持つという点で分類できるし、あるいは、2 と 3 が先がとがっているという点で分類できる。

全ての分類が終わった時点で、子どもたちに、そのグループ分けの理論的根拠を説明してもらい、それをオーディオテープで記録する。

子どもたちの概念知識が組織化されているならば、階層的な並べ替えができていないはずである。

RESULTS

Immediate Test

- ・ Table.1 は、2 実験条件や、数学能力による分類にしたがって、各測定値の平均を示したもの。
 - ・ Effect size (各測定で、数学能力は横断して、実験条件間での比較): 最後の 3 つの測定に関して最も大きい。(M=1.16, SD=0.28)
 - ・ つまり、幾何学知識の応用に関する測定値について、LOGO 条件の方が大きい。
 - ・ ANOVA の結果、幾何学に関する態度について、有意差無し(F<1.0, p>.4)
 - ・ 似た結果が、その他、幾何学知識の獲得に関しても得られた (F(1,28)=1.39, p>.24)。
 - ・ Group × Ability レベルのインタラクションも無し。(F(1,28)=1.93, p>.17)
 - ・ しかし、数学能力がパフォーマンスを予測することはわかった。(F(1,28)=40.3, p<.001)
- ・ 応用タスクに関しては、能力レベルによる効果と(F(1,28)=22.81, p<.001)、教示条件による効果(F(1,28)=30.96, p<.001)。
- ・ そして Ability × Condition に関するインタラクション。(F(1,28)=7.26, p=0.12)。(Figure. 3)
- ・ また、従来の教示法よりも、LOGO を用いたほうが、良いパフォーマンスが得られることも図に示されている。
- ・ 最初の 5 つの測定に関して探索的に調べてみると、LOGO を利用した生徒の方が適切な返答する傾向にあるようだ。
- ・ 例えば、ある多角形にラベル付けする 3 番目のタスクにおいて、LOGO 条件では正しく正方形と答えられたのに、従来条件では、長方形と答えたものが、38%もいた。
- ・ これに関して、知識を応用する能力があるにもかかわらず、真であるかを判断する課題のパフォーマンスについて、教示条件間では差がほとんどない。(Table. 2)
- ・ Table2 の最後の欄は、通年の幾何学コースを履修した高校生の成績であるが、最後の 2 つに関して 4 年生の方が有意に高い成績である。
- これは、両条件における効果的な教示の効果と考えられるが、コントロール条件の堅牢性を高めるものである。

- Knowledge organization.

- カード並べ替え課題において発話された理論的説明に関して、教示条件間の相違が観察された。2次元割り当てパラダイム(QAP, quadratic assignment paradigm)を分析に用いた。
- ・ 最初のターゲットとして、組織化された図より、class-oriented schema を仮定。
図が、基本的な、共通の気づきやすい特徴で分類される。正方形、長方形、平行四辺形等。
エキスパートが使用する理想的なスキーマ。
 - ・ 二番目の仮定するターゲット。transitional。
平行四辺形と三角形が同じ見え方。(両方とも立ち上がっている)
 - ・ 三番目のターゲット。visual . perceptual.

それらがどんなふうに見えるか？

台形と，三角形が同じグループ。(尖って見える)

Long-Term Retention

- ・ 教示終了の 10 週間後，4 つの獲得した知識に関する調査と，2 つの応用タスクを返答してもらった。(Table . 4)
- ・ その結果，知識獲得に関しては，教示条件間で差はなかったが，知識の応用について有意差が存在した。
- ・ 能力レベル ($F(1,28)=9.42, p<.01$)，教示レベル ($F(1,28)=4.77, p<.04$)
- ・ つまり，LOGO を用いて学習した子どもたちには，LOGO 手続きが推論の手助けとなったと考えられる。
- ・ しかし，この子どもたちが，幾何学的な特徴間の関係の構築するために，心的に変数を操作しようするとしばしば失敗する。
- ・ 特徴間の関係知識は，利用可能(available)だけでも，アクセスしにくい(not accessible)のかもしれない。(Rabinowatz & Chi, 1987)

Review and Retesting

- ・ 子どもたちの知識の利用可能性(availability)とアクセスしやすさ(accessibility)を区別するために，教示終了から 16 週間後，再び幾何学の知識を学習してもらった。
- ・ LOGO 条件の子どもたちは再び LOGO 環境が与えられ，従来の条件は従来のツールが与えられた。
- ・ 再セッションでは，宣言的知識と手続き的知識が与えられた。Table5 に知識適用の調査結果を示した。
- ・ 応用タスクについて effect size 1.16(SD=0.30)
- ・ Intersection task については，LOGO の方が高いが，有意差無し($F(15,14)=2.80, p>.05$)