

論理

心の表象

- 論理
- ルール
- 概念
- イメージ
- ネットワーク

2種類の論理

- 演繹的推論
 - 全ての日本人は日本語を話す
 - Aさんは日本人である
 - Aさんは日本語を話す
- 帰納的推論
 - (日本人である)Aさんは日本語を話す
 - Bさんは日本語を話す
 - Cさんは日本語を話す
 - 日本人は日本語を話す

cf. 類推的推論

論理の妥当性・完璧性

- 妥当な推論
 - 前提が正しければ結論は正しい
 - = 結論が正しいとは限らない
- 完璧な推論
 - 妥当な推論+前提が正しい
 - = 結論は正しい

基本的概念

- 命題
 - P, Q, R, S...
- 真理値
 - T, F
- 論理結合子
 - \wedge , \vee , \rightarrow , \neg
- 複合命題
 - $P \wedge Q$, $\neg P \rightarrow (Q \wedge R)$, ...

論理積 \wedge

- $P \wedge Q$
- PかつQ
- 真理値表

P	Q	$P \wedge Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

論理和 \vee

- $P \vee Q$
- PまたはQ
- 真理値表

P	Q	$P \vee Q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

含意 \rightarrow

- $P \rightarrow Q$
- PならばQ
- 真理値表

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

否定 \neg

- $\neg P$
- Pでない
- 真理値表

P	$\neg P$
T	F
F	T

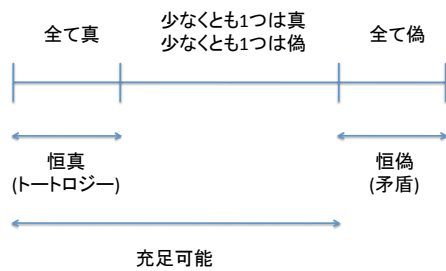
トートロジー

- 全ての原子命題の組み合わせにおいて真
= 内容に寄らず構造自体が正しい

- $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \rightarrow Q$	$\neg Q \rightarrow \neg P$	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$
T	T	F	F	T	T	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T

恒真・恒偽・充足可能



同値

- あらゆる状況において真理値が一致する2つの命題

- $\neg P \wedge \neg Q = \neg(P \vee Q)$

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg P \wedge \neg Q$	$P \vee Q$	$\neg(P \vee Q)$
T	T	F	F	F	T	F
T	F	F	T	F	T	F
F	T	T	F	F	T	F
F	F	T	T	T	F	T

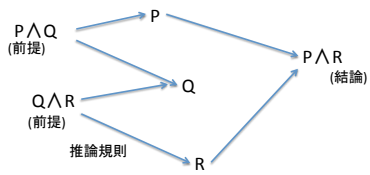
妥当な推論の証明

- 真理値表による方法

$\frac{P \wedge Q}{Q \wedge R}$ $P \wedge R$	P	Q	R	$P \wedge Q$	$Q \wedge R$	$P \wedge R$
	T	T	T	T	T	T
	T	T	F	T	F	F
	T	F	T	F	F	T
	T	F	F	F	F	F
	F	T	T	F	T	F
	F	T	F	F	F	F
	F	F	T	F	F	F
	F	F	F	F	F	F

妥当な推論の証明

- 自然演繹による方法



論理積除去 (\wedge elim)

- $A \wedge B$ ならば A

A	B	$A \wedge B$	A
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	F
F	F	F	F

- $A \wedge B$ ならば B

論理積導入 (\wedge Intro)

- A, B ならば $A \wedge B$

A	B	$A \wedge B$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

対偶: $P \rightarrow Q$ ならば $\neg Q \rightarrow \neg P$

$P \rightarrow Q$

$\neg Q$ を仮定

Pを仮定

$P \rightarrow Q$ なので Q

$\neg Q$ が仮定されていて Q が導かれた \rightarrow 矛盾

Pの仮定がおかしい。 $\rightarrow \neg P$

$\neg Q$ を仮定して $\neg P$ が導かれたので, $\neg Q \rightarrow \neg P$

$\neg Q \rightarrow \neg P$
